



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
CAMPUS IV – LITORAL NORTE – RIO TINTO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Melquisedec Anselmo da Costa Azevêdo

**Geometria Dinâmica e figuras geométricas: uma
investigação das propriedades do quadrado e do
cubo com alunos e professores da escola básica**

Rio Tinto – PB
2016

Melquisedec Anselmo da Costa Azevêdo

**Geometria Dinâmica e figuras geométricas: uma
investigação das propriedades do quadrado e do
cubo com alunos e professores da escola básica**

Trabalho Monográfico apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática como requisito parcial para obtenção
do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof.^a Dr.^a Cibelle de Fátima
Castro de Assis

Rio Tinto – PB
2016

A994g Azevêdo, Melquisedec Anselmo da Costa.

Geometria dinâmica e figuras geométricas: uma investigação das propriedades do quadrado e do cubo com alunos e professores da escola básica. / Melquisedec Anselmo da Costa Azevêdo. – Rio Tinto: [s.n.], 2016.

74f. : il.-

Orientador (a): Profa. Dra. Cibelle de Fátima Castro de Assis.
Monografia (Graduação) – UFPB/CCAEE.

1. Geometria. 2. Quadrado - geometria. 3. Cubo - geometria. 4. Matemática - estudo e ensino.

UFPB/BS-CCAEE

CDU: 51(043.2)

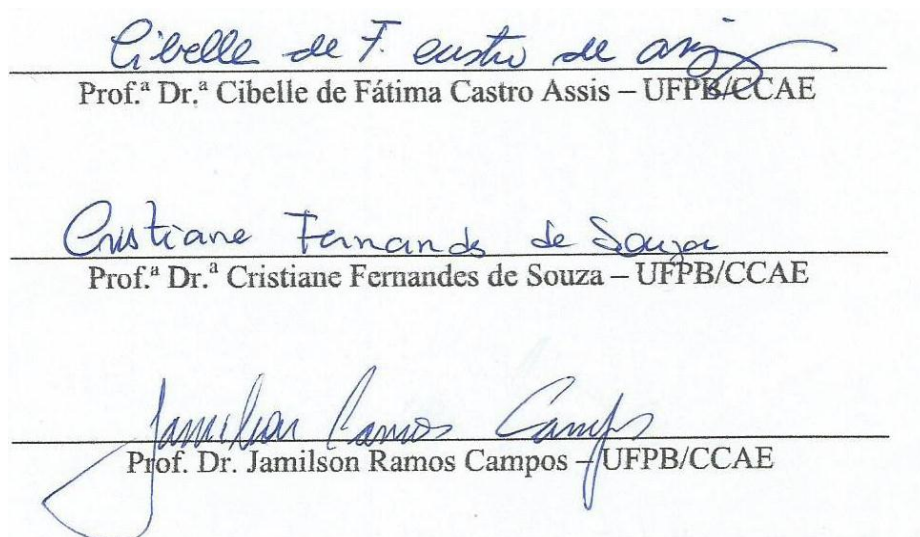
Geometria Dinâmica e figuras geométricas: uma investigação das propriedades do quadrado e do cubo com alunos e professores da escola básica

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof.^a Dr.^a Cibelle de Fátima Castro Assis

Aprovado em: ____/____/____

BANCA EXAMINADORA



Cibelle de F. Castro de Assis
Prof.^a Dr.^a Cibelle de Fátima Castro Assis – UFPB/CCAE

Cristiane Fernandes de Souza
Prof.^a Dr.^a Cristiane Fernandes de Souza – UFPB/CCAE

Jamilson Ramos Campos
Prof. Dr. Jamilson Ramos Campos – UFPB/CCAE

Dedico este Trabalho à meu pai, Antônio de Moura Azevêdo, à minha esposa Marcilene da Silva Gomes Azevêdo e aos meus filhos, pelo incentivo, carinho e apoio irrestrito e, mais que tudo, pelos momentos em que estive ausente.

AGRADECIMENTOS

A Deus por está do meu lado em todos os momentos e por permitir realizar esse sonho;

Ao meu pai Antônio e minha mãe Selma, que apesar de todas as dificuldades me fortaleceu e que para mim são muito importantes;

Em especial a minha família, meus filhos Anthonny e Anny, e minha esposa Marcilene pelo amor devotado nessa caminhada, e sacrifícios mútuos que fizemos para concretizarmos esse sonho.

A professora doutora Cibelle de Fátima Castro de Assis, que acreditou em mim e com paciência, atenção e carinho me auxiliou na construção deste trabalho;

A professora doutora Cristiane Fernandes de Souza, pelo incentivo, conselhos, por exigir o melhor de mim e por aceitar fazer parte da banca examinadora desse trabalho;

Ao Professor doutor Jamilson Ramos Campos, por me ajudar no meu desenvolvimento acadêmico e por aceitar fazer parte da banca examinadora desse trabalho;

Ao meu amigo, Cosmo, pelas alegrias, tristezas e dores compartilhadas;

E a todos os amigos e colegas que de algum modo participaram desta conquista.

Cada sonho que você deixa para trás é um pedaço
do seu futuro que deixa de existir.

Steve Jobs

RESUMO

O presente estudo tem como objetivo investigar potencialidades da utilização do GeoGebra na exploração do quadrado e do cubo por meio das propriedades geométricas. A pesquisa pretendeu responder a seguinte questão: como a Geometria Dinâmica pode contribuir para a exploração de figuras geométricas pelos estudantes por meio de suas propriedades? Para tanto, foi elaborado e aplicado uma sequência de atividades realizada em uma Escola Estadual de Ensino Fundamental, localizada no bairro Eptácio Madruga na cidade de Itapororoca – PB, em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental. Também realizamos duas entrevistas com o professor, uma antes e outra depois da intervenção com alunos. Aplicamos um questionário diagnóstico antes da utilização do GeoGebra e após o desenvolvimento das atividades com os alunos. De posse dos dados e da análise feita juntamente com o professor da turma, podemos afirmar que a proposta desenvolvida com suporte da geometria dinâmica do software GeoGebra contribuiu para a construção de conceitos relacionados às propriedades do quadrado e do cubo pelos estudantes. Por meio da manipulação dos objetos, em que através de suas ações os estudantes visualizam as figuras, e assim eles constroem sua aprendizagem à medida que as movimentam e observam as propriedades geométricas e, a partir de questionamentos levantados por eles mesmos, elaboram respostas baseadas em suas ações.

Palavras-chave: Geometria Dinâmica. Quadrado e Cubo. GeoGebra.

ABSTRACT

The present study aims to investigate the potential of using GeoGebra in the exploration of the square and the cube through the geometric properties. The research intends to answer the following question: *how the dynamic geometry can contribute to the exploration of geometric figures by students through their properties?* For that, we developed and implemented a series of activities carried out in a State Elementary School, located in Eptácio Madruga neighborhood in the city of Itapororoca - PB, in a class of 8th grade of elementary school. We also conducted two interviews with the teacher, one before and one after the intervention with students in class. We applied a questionnaire diagnosis before using GeoGebra and after the development of activities with the students. Ownership of data and analysis together as a class teacher, we can say that the proposal developed with the support of dynamic geometry GeoGebra software contributes to the construction of concepts related properties of square figures and by manipulating the objects that through their actions the students visualize the figures, and so he build their learning as they move the figures and observe the geometric properties and from questions raised by them prepare responses based on their actions.

Keywords: Dynamic Geometry. Square and Cube. GeoGebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Planificação do cubo - D2.....	21
Figura 2 - Propriedades dos quadriláteros - D2.....	21
Figura 3 - Construções geométricas criadas Cabri II - Plus	24
Figura 4 - Construção criado no software Cinderella.....	25
Figura 5 - Construção do cubo no Geogebra.....	26
Figura 6 - atividade da sessão II desenvolvida com o Cabri-Géomètre	30
Figura 7 - Modificações utilizando recursos do Cabri-Géomètre	30
Figura 8 - Gráfico dos que identificaram corretamente os quadriláteros	33
Figura 9 - Prismas Construídos no Geogebra.....	34
Figura 10 - Construção dos triângulos destacados no cubo.....	34
Figura 11 - Animação de Prismas unitários preenchendo o prisma	35
Figura 12 - Instrumentos Musicais no Laboratório de Informática.....	38
Figura 13 - Identificação dos Paralelogramos no Livro Didático	39
Figura 14 - Demonstração da Propriedade do Retângulo Descrito no Livro Didático.....	40
Figura 15 - Demonstração da Propriedade do Losango Descrito no Livro Didático	40
Figura 16 - exercício que elenca a definição do quadrado no livro didático.....	41
Figura 17 - Identificação dos poliedros no livro didático.....	42
Figura 18 - Construção geométrica na malha triangular	43
Figura 19 - Entrega dos Questionários aos Alunos	44
Figura 20 - Definição do Quadrado e Cubo no Quadro Branco.....	44
Figura 21 - Possível desenho obtidos pelos alunos	45
Figura 22 - Resposta do Aluno B, Atividade 1, item a.....	46
Figura 23 - Resposta do Aluno F, Atividade 1, item b.....	46
Figura 24 - Resposta do Aluno C, Atividade 1, item c.....	47
Figura 25 - Projeção da atividade na intervenção.....	47
Figura 26 - Construção a ser realizada pelos alunos	48
Figura 27 - Resposta do Aluno C, Atividade 2, item a.....	49
Figura 28 - Resposta do Aluno D, Atividade 2, item b	49
Figura 29 - Resposta do Aluno C, Atividade 2, item c.....	49
Figura 30 - Resposta do Aluno F, Atividade 2, item d.....	50

Figura 31 - Arquivo Construído para aula de cubo	50
Figura 32 - Resposta do Aluno D, Atividade 3, item a	51
Figura 33 - Resposta do Aluno D, Atividade 3, item b	51
Figura 34 - Resposta do Aluno A, Atividade 3, item c	51
Figura 35 - Resposta do Aluno C, Atividade 3, item d	52
Figura 36 - Resposta do Aluno A, Atividade 3, item e	52
Figura 37 - Resposta do Aluno A Atividade 3, item f.....	52

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Respostas dos alunos antes e depois da intervenção – Pergunta 1	53
Quadro 2 – Respostas dos alunos antes e depois da intervenção – Pergunta 2	53
Quadro 3 – Respostas dos alunos antes e depois da intervenção – Pergunta 3	54
Quadro 4 – Respostas dos alunos antes e depois da intervenção – Pergunta 4	54
Quadro 5 – Respostas dos alunos antes e depois da intervenção – Pergunta 5	54

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Apresentação do Tema.....	14
1.2	Problemática e Justificativa	15
1.3	Objetivos.....	16
1.3.1	Objetivo Geral	16
1.3.2	Objetivos específicos	17
1.4	Considerações Metodológicas	17
2	REFERÊNCIAL TEÓRICO	19
2.1	A Geometria Plana e Espacial na Educação Básica.....	19
2.2	O recurso da Geometria Dinâmica no Ensino de Matemática	22
2.3	Integrando a Geometria Dinâmica com o estudo das figuras planas e espaciais	27
3	ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA	37
3.1	Caracterizando a Escola.....	37
3.2	Caracterizando a turma 8º ano	38
3.3	Uma breve análise do livro didático: O quadrado e o cubo	38
3.4	A Intervenção didática na escola	43
3.4.1	O planejamento e o desenvolvimento da Intervenção	43
3.4.2	Respostas dos alunos aos questionários 1 e 2	53
3.5	As entrevistas com o professor	56
3.5.1	Primeira entrevista	56
3.5.2	Segunda entrevista	57
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	60
	REFERÊNCIAS	62
	APÊNDICE	64
	Apêndice A: Plano de Aula 1	64
	Apêndice B: Plano de Aula 2	66
	Apêndice C: Questionário	68
	Apêndice D: Roteiro da Primeira Entrevista com o Professor	69
	Apêndice E: Roteiro da Aula sobre Quadrado	72
	Apêndice F: Roteiro da Aula sobre o Cubo	74

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do Tema

A palavra Geometria vem do grego e corresponde a união dos termos "geo" que significa terra e "metria" que significa medida. Segundo Panitz (2003, p.171), a Geometria é a “parte da Matemática que tem por objeto o estudo rigoroso do espaço e das figuras que nele se podem conceber”, sendo um dos ramos mais antigos da Matemática e que se desenvolveu em função de necessidades humanas. De fato, as civilizações da época pré-histórica utilizavam regras para medir comprimentos, superfícies e volumes, geometria esta que durante muitos anos vem se modificando e sendo aperfeiçoada por vários povos através de pinturas, da arquitetura, e dos estudos com medidas, que de alguma forma contribuíram para o que conhecemos hoje sobre Geometria. (BRASIL, 1998).

No contexto escolar, atualmente, a Geometria é reconhecidamente um campo de estudo importante do currículo em Matemática, embora a história tenha registrado momentos de não valorização desta área e em outros momentos seu abandono no currículo escolar.

Segundo Valente (2005), anteriormente à década de 1920, a Álgebra, a Aritmética e a Geometria eram vistas de forma isoladas, quando Euclides Roxo propôs ao Conselho Nacional de Ensino - CNE uma mudança no currículo do ensino secundário de forma que o ensino da Matemática ocorresse de forma integrada. A proposta de junção ficou conhecida como “Reforma Francisco Campos” que defendia a concepção de que esses campos de conhecimento se complementavam de forma gradual, portanto deveriam constituir uma única disciplina: a “Matemática”. No entanto, com essa fusão foi retirada a resolução na Aritmética, desde as séries iniciais do ensino fundamental para focar na resolução através da Álgebra, provocando o quase total abandono da Geometria em nossos programas escolares. Quando esta passou a ser ensinada foi de forma algebrizada.

Conforme citado nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998, p.51):

[...]os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1998, p.51).

Além disso, a Geometria é de grande importância para desenvolver as capacidades cognitivas do aluno, na dimensão de procedimentos e atitudes fundamentais para o Ensino Fundamental, podendo ser utilizada em sua vida acadêmica.

A Geometria desempenha um papel fundamental, pois na medida em que o aluno adquire autonomia nesta área de conhecimento, de acordo com o PCN (BRASIL, 1998), ele desenvolve um tipo de pensamento particular, assim sendo, o aluno faz-se protagonista de sua própria história, adquirindo uma maneira de pensar e de localizar-se como indivíduo no meio em que está inserido. Além disso, através da Geometria e por meios do estudo das formas geométricas, é possível adquirir habilidades com cálculos utilizados no dia-a-dia, a exemplo dos cálculos de volumes, de áreas, de perímetro, utilizando ferramentas como mapas, croquis e gráficos, ou construindo figuras a partir da reflexão, por translação, por rotação de outra figura. Os alunos vão percebendo que as medidas dos lados e dos ângulos da figura dada e da figura transformada, são as mesmas.

As atividades de transformação são fundamentais para que o aluno desenvolva habilidades de percepção espacial e podem favorecer a construção da noção de congruência de figuras planas (PARAIBA, 2010). Segundo orientações dos Referenciais Curriculares do Estado da Paraíba (PARAIBA, 2010), ao construírem uma caixa os estudantes vivenciam a transição da geometria plana para a geometria espacial, manipulam figuras bidimensionais e tridimensionais e lidam com suas partes internas e externas. Elementos como altura, comprimento e largura, superfícies laterais e de base, dentre outros, serão mais facilmente compreendidos com a manipulação dos materiais.

Atualmente, entre os recursos auxiliares de ensino para a Matemática, existem os softwares educativos que permitem explorar a Geometria de uma maneira diferente da usual na qual por muitos anos teve o livro didático, o quadro-negro e o giz como únicos instrumentos para o processo de ensino-aprendizagem.

As tecnologias, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade. Os computadores e outros recursos tecnológicos estão cada vez mais presentes nas diferentes atividades cotidianas da população, mas também na educação, especialmente por diversos softwares educativos (BRASIL, 1998).

Entre tais softwares educativos, o GeoGebra, insere-se, segundo Oliveira (2001), nesta categoria porque foi desenvolvido especialmente para a construção do conhecimento matemático utilizando o computador como ferramenta pedagógica no processo de construção de conhecimentos e desenvolvendo a autonomia do raciocínio, da reflexão e da criação de soluções pelos seus alunos. Outra característica do GeoGebra está na Geometria Dinâmica

que permite aos alunos e professores fazer alterações nas formas dos objetos e compreender as modificações realizadas.

Apesar de tais recursos, continuamos a concordar com Pavanello (1989) em alguns aspectos, sobre o pouco que tem sido feito para incentivar o ensino da Geometria no Brasil, principalmente sobre as poucas ações realizadas como cursos de aperfeiçoamento e matérias elaboradas em outros países, que nem sempre podem ser adaptados à realidade da escola, algumas por falta de recursos e professores sobrecarregados de trabalho, mal remunerados e com absoluta falta de orientação pedagógica. Pavanello (1989) ainda cita outro fator que provoca esse abandono: o despreparo dos professores. Muitos não se sentem capacitados para efetuar qualquer trabalho com esse conteúdo, preferindo transferir esta responsabilidade para outro profissional. Como consequência, segundo Gravina (1996, p.1), muitos estudantes “chegam a universidade sem terem atingido os níveis mentais superiores de dedução e rigor, apresentando até mesmo pouca compreensão dos objetos geométricos, confundindo propriedades do desenho com propriedades do objeto”.

Neste Trabalho de Conclusão de Curso – TCC discutiremos sobre possibilidades da Geometria Dinâmica na exploração de figuras geométricas a partir de uma investigação da relação das propriedades entre o quadrado e o cubo.

1.2 Problemática e Justificativa

A escolha do tema deste Trabalho de Conclusão de Curso – TCC ocorreu durante o curso Licenciatura em Matemática – UFPB. Inicialmente, na disciplina de Informática Aplicada à Matemática, onde oportunamente conhecemos o software GeoGebra, e percebemos através de atividades orientadas as formas geométricas e suas propriedades, nos dando assim um melhor entendimento dos objetos de estudo da Geometria.

Em outro momento do curso, durante o Programa de Licenciatura – PROLICEN, intitulado “Informática Educativa na Escola: Utilização do Geogebra no Desenvolvimento de Conteúdos Matemáticos do Ensino Médio”, que teve por objetivo principal desenvolver ações que contribuam para a formação inicial do professor de Matemática para atuar no Ensino Médio capacitando-o para utilizar o software educativo GeoGebra com conteúdos específicos deste nível escolar, pudemos nos aproximar de uma realidade escolar e investigar o acesso das tecnologias naquela escola pública. Além disso, foi possível proporcionar aos alunos do Ensino Médio essa experiência de estudar de uma forma diferente do convencional com quadro negro/giz e papel/lápis.

No componente curricular do Curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina: Matemática para o Ensino Básico IV e atuando como monitor da mesma, vimos a dificuldade na abordagem da Geometria espacial. As formas geométricas, suas construções e propriedades, por meio do uso do quadro, pincel e dos livros didáticos, com uso de formas estáticas, com muita abstração, não nos permitia, bem como aos alunos, enxergar as formas em todas as suas perspectivas.

Ao perceber essas diversas dificuldades no ensino de Matemática, procuramos buscar algum recurso que contribuísse para diminuir as dificuldades de aprendizagem e que pudesse ser acessível nas escolas, que principalmente despertasse a atenção e o interesse dos alunos.

A literatura específica também destaca que parte da dificuldade de aprendizagem em Geometria ocorre pela forma que é abordada pelos livros didáticos, como relata Gravina (1996). Segundo a autora, os livros escolares iniciam com definições nem sempre claras acompanhadas de desenhos bem particulares, levando os alunos a não reconhecerem os mesmos desenhos e suas particularidades quando postos em outras situações. Os aspectos de construção de objetos geométricos raramente são abordados, mesmo sendo esta uma das atividades que leva o aluno ao domínio de conceitos geométricos.

Neste sentido buscamos nas ferramentas dos ambientes de Geometria Dinâmica, mais especificamente do Geogebra, possibilidades que permitissem uma aprendizagem mais significativa da Geometria Plana e Espacial, podendo assim proporcionar uma abordagem dos conceitos de modo dinâmico, agradável e estimulante para os alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

Neste contexto, uma questão norteou nosso estudo: *como a Geometria Dinâmica pode contribuir para a exploração de figuras geométricas pelos estudantes por meio de suas propriedades?* Para tanto, fizemos uma escolha no software optando pelo GeoGebra e, na Matemática, fizemos um recorte escolhendo para estudo o caso do quadrado e o cubo.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Investigar potencialidades da utilização do GeoGebra na exploração do quadrado e do cubo por meio das suas propriedades geométricas.

1.3.2 Objetivos específicos

Para alcançarmos o objetivo geral desta pesquisa, delineamos os seguintes objetivos específicos:

- Identificar na coleção de livros didáticos do 8º ano do Ensino Fundamental da escola de referência a abordagem dada ao estudo do quadrado e do cubo e como eles apresentam as propriedades geométricas;
- Elaborar e desenvolver uma proposta didática de construção e exploração do quadrado e do cubo por meio de propriedades usando o software GeoGebra em uma turma de 8º ano de uma escola de Ensino Fundamental;
- Refletir a partir da intervenção com os alunos e juntamente com o professor sobre as contribuições do GeoGebra na exploração das propriedades do quadrado e do cubo.

1.4 Considerações Metodológicas

Nosso estudo caracteriza-se por uma pesquisa exploratória quanto aos objetivos. Segundo Gil (2002) a pesquisa exploratória:

Têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições” Gil (2002, p.41).

Quanto à coleta de dados, classificamos como um estudo experimental, pois, para Gil (2002) a pesquisa experimental “consiste essencialmente em determinar um objeto de estudo, selecionar as variáveis capazes de influenciá-lo e definir as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto” Gil (2002, p.48). Já para Moresi (2003, p.10), uma pesquisa experimental é uma investigação empírica na qual o pesquisador manipula e controla variáveis independentes e observa as variações que tal manipulação e controle produzem em variáveis dependentes.

De acordo com os objetivos apresentados, nosso trabalho ocorreu segundo as seguintes etapas:

- **Primeira fase – Levantamento bibliográfico.** Para o desenvolvimento dessa pesquisa inicialmente buscamos nas referências nacionais orientações sobre o estudo da Geometria a partir das definições das figuras geométricas, sobre a utilização da Geometria dinâmica no contexto da Educação Matemática. Como principais autores podemos citar Gravina (1996), Van de Walle (2009) e Gravina e Santarosa (1998).
- **Segunda fase – Elaboração da atividade.** Nesta fase identificamos no livro didático do 8º ano do Ensino Fundamental da escola de referência deste estudo, a abordagem dada ao estudo do quadrado e do cubo. Foi elaborada uma proposta de intervenção didática envolvendo a construção e exploração das propriedades das figuras geométricas. Esta proposta acompanhou um roteiro com instruções para que o software GeoGebra fosse utilizado pelos alunos. Dessa forma, foram elaborados dois Planos de Aula contendo os detalhes da proposta (Apêndice A e B).
- **Terceira fase – Intervenção didática na escola.** Nessa terceira fase, desenvolvemos em sala a atividade elaborada na segunda fase da pesquisa em uma turma de 8ºano. Na intervenção contamos com a participação do professor de Matemática que esteve presente durante a realização da atividade em sala. Nesta fase também elaboramos o roteiro da primeira entrevista (Apêndice C) a ser realizada com um professor de Matemática da escola de referência antes da intervenção na aula. Na oportunidade tratamos sobre os recursos dele para desenvolver em sala uma aula equivalente a que foi realizada e a sua percepção sobre o Plano de Aula elaborado considerando a exploração pelos alunos das propriedades do Quadrado e do Cubo.
- **Quarta fase – Avaliação da proposta.** Após o desenvolvimento das atividades da fase anterior, fizemos uma análise quanto às possibilidades da Geometria Dinâmica e do software Geogebra na construção e a viabilidade da proposta para o ensino e a aprendizagem das figuras geométricas citadas. Para esta fase utilizamos todos os registros obtidos durante a intervenção, como exemplo, os roteiros de atividades entregue aos alunos, os registros dos alunos no Geogebra, além dos fatos ocorridos no ambiente. Também elaboramos nesta fase da pesquisa mais um roteiro de entrevista na qual o professor pôde analisar a turma, constatando assim as contribuições e limitações que o *software* GeoGebra apresenta neste tipo de proposta (Apêndice D).

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 A Geometria Plana e Espacial na Educação Básica

Não é difícil encontrar alunos no Ensino Fundamental que ao falarmos em Geometria associam com o estudo de desenhos ou com o próprio desenho, talvez por ter o estudo das formas geométricas como um dos assuntos da Geometria que são mais amplamente abordados.

No entanto, conforme os objetivos de Matemática para o desenvolvimento do pensamento geométrico elencados pelos Parâmetro Curriculares Nacionais – PCN, este estudo na escola deve “ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais” (BRASIL, 1998, p.82).

Assim, é importante enfatizar a compreensão das características das figuras geométricas, quanto às propriedades, bem como as relações entre figuras espaciais e suas representações planas que são compostas por figuras planas.

Conforme os PCN (BRASIL, 1998), para o bloco de conteúdos Espaço e Forma existem orientações sobre Conceitos e Procedimentos. Para o documentado citado, é significativo verificar e compreender as propriedades dos quadriláteros e a análise em poliedros da posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas e perpendiculares). Por exemplo, um quadrado é um retângulo e é um losango pelas suas propriedades, uma vez que um retângulo é um paralelogramo cujos ângulos são retos; um losango é um paralelogramo cujos lados são congruentes, assim podemos definir o quadrado como um quadrilátero¹ em que os lados opostos são paralelos (paralelogramo), cujos ângulos internos são retos e seus lados são congruentes². Com as definições do quadrado descritas, podemos descrever o cubo como um poliedro³ formado por seis faces quadradas.

Assim, podemos perceber que uma propriedade atrelada a um conceito pré-definido, e por meio de orientações possibilita uma melhor aprendizagem, construindo conceitos para

¹ Quadriláteros - é um polígono de quatro lados.

² Congruentes – possuem as mesmas medidas.

³ Poliedro - Sólido delimitado por polígonos planos.

solucionar vários problemas. Conforme citado nos PCN (BRASIL, 1998), “Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações” (BRASIL, 1998, p. 41).

Van de Walle (2009, p.47) ressalva que “uma ideia matemática compreendida por completo é estendida com maior facilidade à aprendizagem de uma nova ideia”, e assim faz-se necessário a aprendizagem através dos conceitos e propriedades geométricas, que por sua vez funcionam como fonte para construir inúmeros outros conhecimentos, como as noções de medidas, de álgebra, de espaço, dentre outros. Isto ocorre não só na Matemática, mas também em outras áreas de conhecimento.

Concordamos com Van de Walle (2009) quando este diz que:

Nem todas as pessoas pensam sobre as ideias geométricas da mesma maneira. Certamente, nós não somos todos iguais, mas somos todos capazes de crescer e desenvolver nossa habilidade de pensar e raciocinar em contexto geométrico. (VAN DE WALLE, 2009, p.439).

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática, pois, reconhecer semelhanças e diferenças entre polígonos, classificando-os pelo número de lados, identificar polígonos regulares pelas suas propriedades e classifica-los pelos ângulos, eixos de simetria, como também perceber conceitualmente as diferenças entre os quadriláteros, reconhecendo as características próprias de cada figura, de acordo com a posição e a medida dos lados ou a medida dos ângulos internos, desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada e concisa o mundo em que vive (BRASIL, 2008).

Para isso, o Plano de Desenvolvimento da Educação-PDE (BRASIL, 2008) na matriz de referência que norteia os testes de Matemática do SAEB e da Prova Brasil, traz no tema Espaço e Forma os seguintes descritores que descrevem expectativas de aprendizagens que devem ser desenvolvidas pelos estudantes até final do 9º ano do Ensino Fundamental:

D2- Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações;

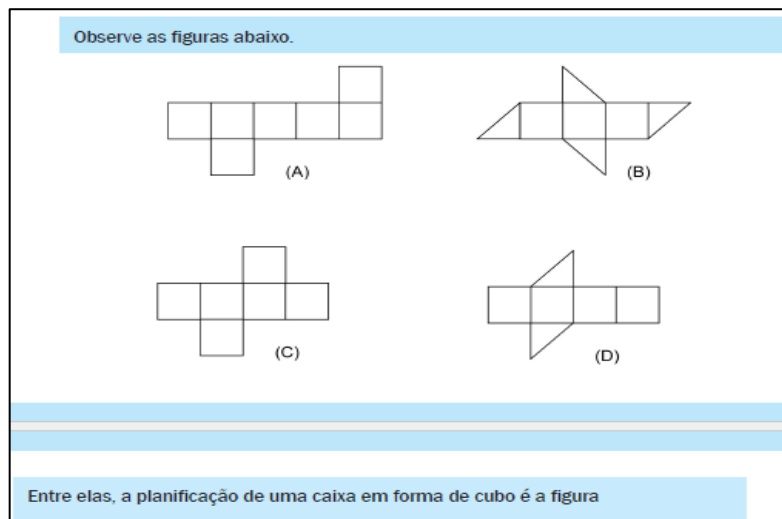
D4- Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades;

D8- Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos.

As principais dificuldades na aprendizagem dos estudantes, que são detectadas no SAEB e na Prova Brasil, relacionadas ao tema Espaço e Forma foram identificadas com os exemplos de questões a seguir. De forma geral elas indicam dificuldade na identificação e

resolução de problemas que envolvam as propriedades dos quadriláteros e a relação entre as figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais. Isto mostra a importância de estudos que possibilitem o aprendizado através das propriedades, como vemos nos exemplos do PDE.

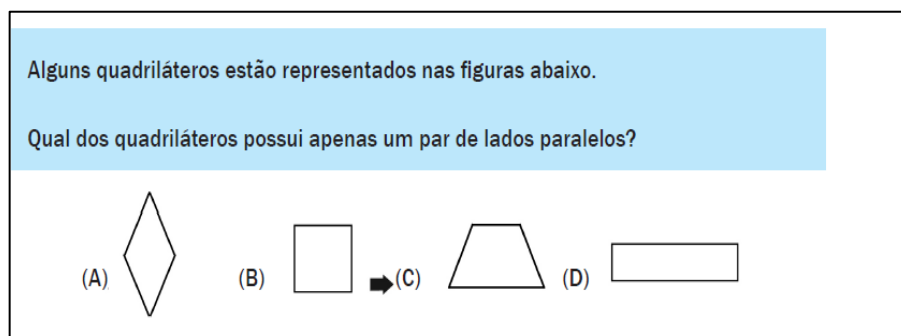
Figura 1 – Planificação do cubo - D2



Fonte: Brasil (2008, p.156).

A questão relatada na Figura 1 nos mostra que para resolvê-la o aluno deve ser capaz de visualizar os encaixes nas planificações apresentadas e as quantidades de faces de um cubo. Os que assinalaram as alternativas incorretas desconhecem as propriedades básicas do sólido (BRASIL, 2008).

Figura 2 – Propriedades dos quadriláteros - D2



Fonte: Brasil (2008, p.159).

Segundo PDE (BRASIL, 2008), apenas um terço dos alunos que fizeram essa questão da Figura 2, assinalou a alternativa “C”, o que nos sugere o desconhecimento do conceito de paralelismo dos lados de paralelogramos.

Podemos verificar que os usos das definições e suas propriedades são extremamente importantes para resolução de questões da Prova Brasil e do SAEB, mas também para o desenvolvimento de habilidades utilizadas no cotidiano.

Para o PDE (BRASIL, 2008, p.159) “São importantes atividades de construção dos quadriláteros a partir de suas propriedades”, como também “Trabalhar em sala com objetos tridimensionais construindo as planificações, comparando diferentes sólidos e observando suas propriedades” (BRASIL, 2008, p.159). Portanto, é necessário buscarmos mecanismos, a exemplo do software educativo, que proporcionem um melhor entendimento das propriedades geométricas, para o aprimoramento desses conhecimentos e assim aprimorar o processo de desenvolvimento de novas habilidades e de pensar geometricamente.

2.2 O recurso da Geometria Dinâmica no Ensino de Matemática

Com o advento dos computadores como ferramenta de auxílio no ensino e na construção do conhecimento, foram desenvolvidos diversos softwares no intuito de melhorar o ensino e aprendizagem. Para Soares et al (2011):

O software educacional deve atender aos objetivos específicos e fazer uso de recursos que potencializem o processo não só de aquisição, mas também, de reforço de determinados conhecimentos e habilidades, estimulando o desenvolvimento cognitivo do usuário, permitindo um aprendizado expressivo. (SOARES; MOUZINE; PEQUENO, 2011, p.52).

Além de usar de modo atrativo e motivador a manipulação gráfica, que é mais rápida do que com a lousa e o giz, ou com lápis e papel, um software permite ao educando fazer simulações em busca de resultados mais significativos que satisfaçam aos objetivos propostos, levando também a otimização no tempo de estudo (HATUM; GUIRADO; MAIOLI, 2007).

Na área da Educação Matemática, podemos citar dentre vários, os softwares de geometria dinâmica onde os objetos nesse ambiente não permanecem de forma estática (sem movimento) como no livro e na lousa. Que podem ser definido através de sua característica principal, que é a possibilidade de interação do usuário com as construções geométricas,

realizando movimentos como translações, rotações, modificação de tamanho, além de outras possibilidades, ao mesmo tempo em que suas medidas são atualizadas (SILVA, 2011).

A geometria dinâmica surgiu da necessidade de criação e manipulação de figuras geométricas a partir de suas propriedades, visto que, o uso de figuras para o ensino de matemática é de grande importância, pois a figura torna a “materialização da configuração geométrica, guardando as relações a partir das quais decorrem as propriedades” (GRAVINA, 1996, p.3), além de proporcionar uma melhor compreensão de alguns conteúdos desenvolvidos em aula.

No entanto, King & Schattschneider (2003) ressaltam que:

Na geometria, as figuras parecem ser essenciais em muitas descrições e demonstrações. E, no entanto, os matemáticos conhecem também o perigo de confiar em figuras – inevitavelmente, assumem-se hipóteses extras (sugeridas pela figura), ignoram-se casos especiais (visto estarem omissos no esboço), ou são deduzidos resultados absurdos (devido à imperfeição da figura) (KING; SCHATTSCHEIDER, 2003, p.7).

Mesmo em construções feitas com cuidado utilizando-se de ferramentas adequadas, é possível que a mesma não esteja correta, pois o compasso pode estar mal apertado ou um lápis mal afiado, além de demorarem muito tempo para fazê-las e serem complicadas de esboçar rigorosamente as suas propriedades. Assim, os softwares surgem da necessidade e da possibilidade de construir figuras geométricas rigorosas que podem ser facilmente alteradas para novas construções mantendo suas propriedades e características (KING; SCHATTSCHEIDER, 2003).

O uso dos softwares de geometria dinâmica proporciona uma melhor precisão dos cálculos e das figuras, pois, coloca “à nossa disposição um construtor rigoroso para qualquer construção com régua e compasso da geometria euclidiana, para qualquer configuração que resulte da aplicação de transformações afins (isometrias e dilações) a uma construção euclidiana” (KING; SCHATTSCHEIDER, 2003, p.10), além de “contribuir para que o processo de ensino e aprendizagem de Matemática se torne uma atividade experimental mais rica, sem riscos de impedir o desenvolvimento do pensamento” (BRASIL, 1998, p.45).

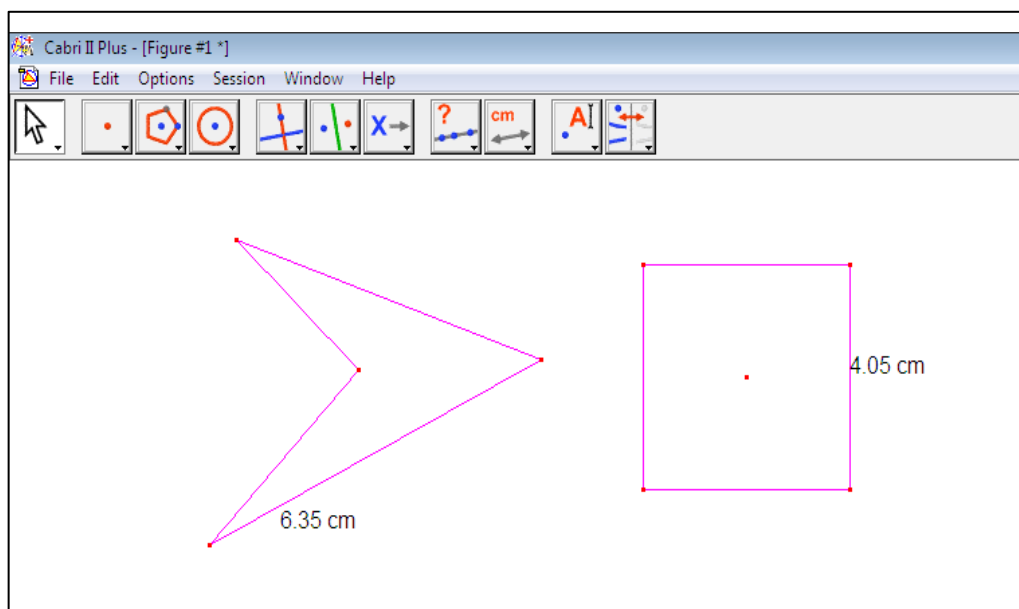
O bom uso do computador na sala de aula também dependerá da escolha dos softwares, que deve ser feito em função dos objetivos que se pretende atingir e da concepção de conhecimento e de aprendizagem (BRASIL, 1998). Pois, não é relevante utilizar softwares que tenham como características métodos de ensino que privilegiam simplesmente a transmissão de conhecimento e em que a aquisição do conhecimento é dada pela habilidade

do aluno em memorizá-lo e reproduzi-lo sem que se evidencie um verdadeiro entendimento. O desenvolvimento cognitivo do sujeito dá-se quando ele se permite uma imersão no processo do ‘fazer matemática’, que nada mais é que o processo dinâmico ‘assimilação versus acomodação’ de construção simultânea de conhecimento matemático e de estruturas mentais, que pode ser visto através de softwares educativos (GRAVINA; SANTAROSA, 1998).

Podemos encontrar uma grande quantidade de programas computacionais que favorecem a abordagem de assuntos de diversas subáreas da matemática como álgebra, cálculo, geometria plana e espacial. Entre os softwares de geometria dinâmica podemos citar o Cabri-Géomètre, o Cinderella e o Geogebra.

O Cabri-Géomètre é de autoria de Jean-Marie Laborde, com contribuições de Philippe Cayet, Yves Baulac e Franck Bellemain, é resultado de uma pesquisa realizada na Universidade Joseph Fourier, de Grenoble (França). O Cabri (Cahier de Brouillon Informatique) é desenvolvido e distribuído pela empresa Cabrilog desde 2001. O Software permite a manipulação direta de objetos matemáticos (álgebra, análise, geometria, trigonometria...) ou físico (mecânico, óptico...) para uma compreensão mais acessível dos conceitos. A Figura 3 ilustra a interface desse software.

Figura 3 - Construções geométricas criadas Cabri II - Plus

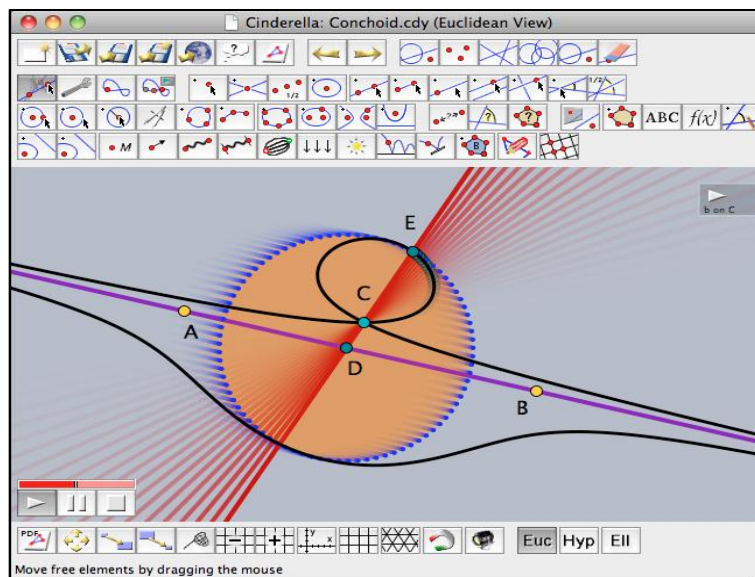


Fonte: Arquivo Pessoal

O Cinderella foi desenvolvido na Alemanha por Jürgen Richter-Gebert e Ulrick Kortenkamp, é o produto de uma sequência de três projetos realizados entre 1993 e 1998,

escrito na linguagem JAVA. O software permite explorar construções em diferentes geometrias (euclidiana, hiperbólica e esférica) e com auxilio do “suporte nativo” pode-se alternar entre as geometrias. A Figura 4 a seguir ilustra a interface desse software.

Figura 4 – Construção criada no software Cinderella



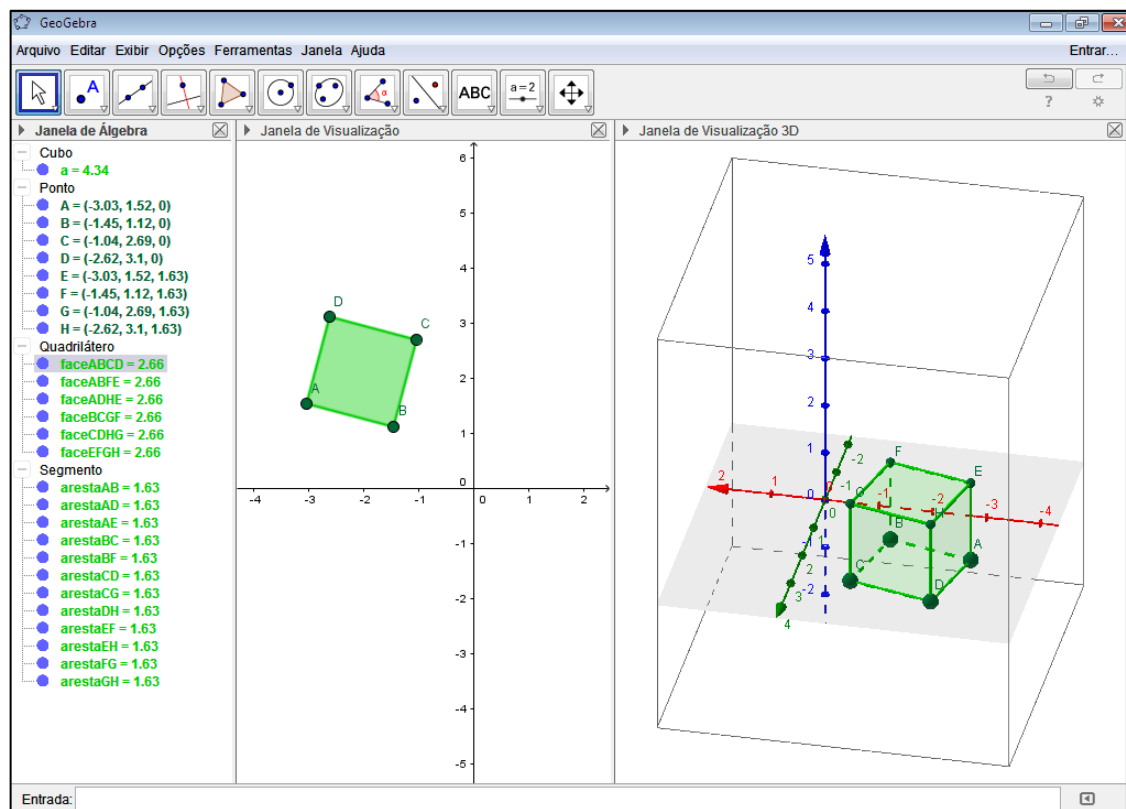
Fonte: <http://doc.cinderella.de/tiki-index.php?page=What+Is+Cinderella%3F>. Acesso em: 12 de abr. 2016

O Geogebra foi o software escolhido para nossa pesquisa devido à familiaridade que possuímos com ele adquirida com o tempo. Foi desenvolvido por Markus Hohenwarter em 2001 e, atualmente, une a possibilidade de tratar geometria, probabilidade, álgebra e cálculo, sendo possível fazer construções incluindo pontos, vetores, segmentos, retas e variados tipos de funções.

O Geogebra 5.0 possui ferramentas e propriedades que contribuem para a criação de objetos através de três janelas de visualização, sendo uma para 3D e que podem ser abertas simultaneamente e conter objetos diferentes. Na janela de álgebra é possível visualizar a representação algébrica de todos os objetos construídos nas janelas de visualização como também os valores dos ângulos, da distância entre dois pontos, podendo assim modifica-los e exibí-los na janela de visualização. Ainda é possível colorir os objetos, aumentar a espessura das linhas. O Geogebra também apresenta planilha de cálculo, protocolo de construção, calculadora de probabilidade e um campo de entrada de texto, onde é possível escrever coordenadas, equações, funções e comandos, que exibidos na janela visualização.

O Geogebra proporciona uma interação com os conceitos matemáticos como visto na Figura 5 onde observamos na janela de visualização o quadrado e o cubo criados na janela de visualização 3D.

Figura 5- Construção do cubo no Geogebra



Fonte: Arquivo Pessoal

A grande quantidade de softwares Geometria Dinâmica de diferentes modalidades nos permite escolher, de acordo com os objetivos de ensino, as ferramentas. Tais softwares são “ferramentas poderosas na superação dos obstáculos inerentes ao aprendizado. [...] a habilidade em perceber representações diferentes de uma mesma configuração se desenvolve; controle sobre configurações geométricas levam a descoberta de propriedades novas” (GRAVINA, 1996, p.13).

Para Gravina (1996), o software de Geometria Dinâmica evidencia,

[...] uma nova forma de ensinar e aprender Geometria; a partir de exploração experimental viável somente em ambientes informatizados, os alunos conjecturam e, com o feedback constante oferecido pela máquina, refinam ou corrigem suas conjecturas, chegando a resultados que resistem ao “desenho em movimento”, passando então para a fase abstrata de argumentação e demonstração matemática. (GRAVINA, 1996, p.2)

Assim, o aluno pode ser auxiliado na construção do seu conhecimento, não só pelos colegas e professores, mas, com autonomia proporcionada pelo software, o aluno leva em consideração seu conhecimento prévio a fim de alcançar o conhecimento do conteúdo proposto, viabilizando uma nova forma de educar, como dito por Gravina e Santarosa (1998):

[...]pensar num futuro para a educação em que os ambientes informatizados vão ultrapassar sua função de simples ferramentas de apoio ao pensar, na forma que a psicologia cognitiva hoje explica, passando então a ter papel fundamental no próprio desenvolvimento de novas capacidades cognitivas do indivíduo, ainda hoje não imaginadas. (GRAVINA; SANTAROSA, 1998, p. 21-22).

Dessa forma, é possível usar esses ambientes informatizados não só como ferramenta de apoio, mas, como um recurso didático pedagógico que pode ser utilizado para melhorar a aprendizagem da Matemática dos estudantes, através de testes de suas conjecturas iniciais, produzindo o desenvolver do conhecimento, com reflexão e apropriação de conceitos propostos.

2.3 Integrando a Geometria Dinâmica com o estudo das figuras planas e espaciais

Nesta sessão faremos uma contextualização do uso de softwares de geometria dinâmica no tratamento da geometria plana e espacial, considerando diferentes níveis escolares.

A seguir, apresentaremos as pesquisas realizadas por Baldin e Felix (2008), Gravina (1996), Menegotto (2010) e Zotto et al (2013) que trazem experiências com o GeoGebra.

O estudo realizado por Baldin e Felix (2008) foi desenvolvido em turmas do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual do estado de São Paulo, onde utilizou o software de Geometria Dinâmica para comparar com as atividades propostas já realizadas no caderno e com materiais concretos. Foram utilizados os softwares de Geometria Dinâmica Cabri-Géomètre II e Cabri 3-D na versão 1.2.1, com alunos na faixa etária entre 13 e 16 anos, de 7º e 8º anos do Ensino Fundamental, sendo uma turma de 7º (F) e duas turmas de 8º (D e E) da Escola Estadual São Paulo da Cruz, na cidade de Osasco-SP, realizada a partir do 2º bimestre do ano letivo de 2007.

A pesquisa tem como objetivo principal apresentar algumas considerações sobre as situações que o professor enfrenta na transição para os programas dinâmicos tridimensionais, comparadas com os encaminhamentos possíveis dos programas bidimensionais.

Nas turmas de 8º ano, em sala de aula foram trabalhados conceitos de geometria plana com a metodologia régua e compasso, onde foi detectado que os estudantes não tinham familiaridade alguma com os instrumentos. Segundo os autores, foi constatado que muitos alunos não sabiam interpretar os marcos nas régua para a leitura das medidas de segmentos e outros não sabiam fixar a posição da régua para desenhar segmentos.

A atividade proposta inicialmente foi “construir um triângulo de lados 3 cm, 4 cm e 10 cm” usando régua-compasso, com a finalidade de perceberem as propriedades da desigualdade triangular. Foi perceptível, segundo os autores, que o uso de instrumentos melhorou a participação e o interesse, pois a ideia de construção era uma novidade para os alunos que frequentemente apenas reproduziam o que os livros e os professores pediam.

No laboratório de informática as tarefas de construções com régua-compasso foram apresentadas a estes grupos que se entusiasmaram com a possibilidade de poder executá-las com computador na sua vez de utilizar, pois só havia 10 computadores que eram compartilhados por 2 alunos cada vez.

A comparação entre os resultados já conseguidos no caderno e as construções no computador trouxe novos significados para os estudantes sobre a metodologia da régua e compasso a exemplo do relato de um deles: “eu odiava matemática porque não entendia nada, mas usando computador consigo entender mais as coisas”.

Na turma de 7º ano, o tema da aula convencional foi “poliedros convexos e não convexos” (tema anteriormente pesquisado pelos estudantes). Na aula o professor utilizou uma régua para desenhar na lousa figuras de alguns poliedros começando com um cubo. As dificuldades dos alunos em interpretar as figuras na lousa como vistas de objetos espaciais, além da dificuldade instrumental, fez com que os recursos de construção de poliedros (convexos) e suas planificações fossem destacados para auxiliar na confecção de diversos modelos em cartolina assim como com canudos e arames.

Para os autores, a comparação entre o modelo concreto construído e sua imagem na tela do computador, realizados com recursos dinâmicos do Cabri 3D, surtiu efeito no desenvolvimento da capacidade de interpretar as representações planas de objetos tridimensionais. O professor sentiu-se gratificado no final quando exercícios de aplicação, propostos como tarefa, foram resolvidos por grande maioria dos alunos.

Segundo os autores, foi observado que a tecnologia é um instrumento importante para o professor e sua utilização no momento adequado facilita a observação dos sólidos e suas visualizações, permitiram superar as dificuldades de abstração sentidas na aula convencional com recursos limitados.

No estudo que Gravina (1996) realizou, foi feita uma pesquisa com os alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS na disciplina Geometria Euclidiana, no ano de 1995, com a finalidade de analisar as dificuldades cognitivas dos estudantes e apresentar a contribuição dos ambientes em geometria dinâmica para superá-las.

Segundo a autora, com o propósito de tornar claros os obstáculos inerentes ao aprendizado, a pesquisa foi trabalhada dentro da teoria proposta por Fischbein (1993, apud GRAVINA, 1996), onde o objeto geométrico é tratado como tendo duas componentes, uma conceitual e a outra figural.

Inicialmente, na pesquisa foi aplicado um questionário aos estudantes, o qual solicitava definição e algumas propriedades de polígonos, a exemplo da definição de quadrado, de retângulo e paralelogramo, e a respeito do triângulo, a definição da altura e traçar a altura dos triângulos relativos aos lados destacados.

Para Gravina (1996), tanto no caso de formação de conceitos geométricos, quanto de dedução de propriedades, com base no questionário pôde-se concluir que grande parte das dificuldades dos estudantes, se origina no aspecto estático do desenho. Em seguida foram utilizados dois programas de Geometria Dinâmica, o Cabri-Géomètre e o Geoplan, a fim de possibilitar, com recursos de “desenhos em movimento”, a descoberta de propriedades geométricas de uma dada configuração.

A atividade nessa etapa foi desenvolvida em ambiente informatizado usando o programa Geoplan, onde foi apresentado o problema, com desenho já pronto na tela do computador, com o seguinte enunciado: “Considere um quadrilátero ABCD convexo e os pontos médios M, N, P e Q de seus lados. Que tipo de figura é o quadrilátero MNPQ? Caracterize-o em termos de propriedades do quadrilátero externo”.

Inicialmente foi pedido aos estudantes que descrevessem a estratégia de exploração utilizada, o que é fundamental para controlar a variedade de situações que se sucedem na tela.

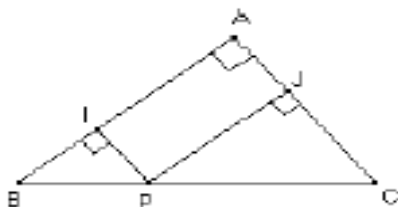
Movimentando os vértices do quadrilátero externo, os alunos foram estabelecendo conjecturas e com o feedback constante do software, foram corrigindo ou refinando estas conjecturas, até chegarem às propriedades que caracterizam o quadrilátero interno. Como visto na Figura 6

Conforme relatos da autora, ao longo dessa sessão os estudantes trabalharam de modo experimental até refinarem suficientemente as conjecturas, mas em determinado momento, sentiram a necessidade de argumentar matematicamente sobre as evidências obtidas de modo experimental.

A sessão II da atividade foi desenvolvida em ambiente informatizado usando o programa Cabri-Géomètre, com o problema abaixo, com desenho já pronto na tela do computador como retrata a Figura 6.

Figura 6 - atividade da sessão II desenvolvida com o Cabri-Géomètre

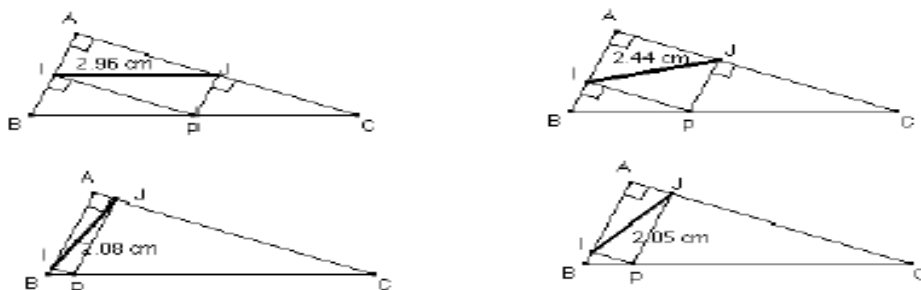
Sejam ABC é um triângulo retângulo e P é um ponto móvel na hipotenusa BC . Se I e AB e J e AC são tais que PI é perpendicular à AB e PJ é perpendicular à AC , existe situação em que IJ atinge valor mínimo?



Fonte: GRAVINA (1996, p.12)

Conforme Gravina (1996), os estudantes usaram os recursos de “desenho em movimento” e medição de segmentos oferecidos pelo programa e fazendo uma análise puramente visual e experimental os alunos percebem que o valor mínimo para IJ acontece quando AP é perpendicular à BC . A Figura 7 ilustra as modificações usando o software.

Figura 7 – Modificações utilizando recursos do Cabri-Géomètre



Fonte: GRAVINA (1996, p.12)

Proporcionando assim conclusões como a relatada por um dos discentes: “ IJ é congruente à AP porque $AIPJ$ é retângulo, e assim controlar o comprimento de IJ é equivalente a controlar o comprimento de AP ”.

Para a pesquisadora, o estudo permitiu interagir com os discentes como questionadora e mediadora, procurando situá-los, sempre que necessário, no ponto central do problema, mas deixando sempre para os alunos o ajuste das conjecturas, frente ao processo de aprender, experimentar, criar estratégias, fazer conjecturas, argumentar e deduzir propriedades matemáticas.

Segundo a autora, a partir de manipulação concreta, “o desenho em movimento”, passa para manipulação abstrata “invariância do desenho”, atingindo níveis mentais superiores da dedução e rigor, e desta forma entendem a natureza do raciocínio matemático. Concluiu ainda que os programas de Geometria Dinâmica como Cabri-Géomètre e Geoplan, constituem ferramentas poderosas na superação dos obstáculos inerentes ao aprendizado, como na criação de desenhos que guardam características particulares que não pertencem ao conjunto das condições geométricas que definem o objeto.

A pesquisa de Menegotto (2010) realizada em uma escola estadual do bairro Feitoria da cidade de São Leopoldo, com duas turmas de 7º ano do Ensino Fundamental, teve como objetivo analisar a contribuição do software de Geometria Dinâmica GeoGebra na construção de conceitos relacionados a quadriláteros.

As turmas foram elencadas pela autora como: grupo experimental, para a turma que teve as aulas com o auxílio do computador, onde 11 alunos dos 34 alunos convidados aceitaram participar e apenas 7 permaneceram participantes de todos os encontros; e grupo de controle, a turma que teve aulas tradicionais na sala de aula com conteúdo expositivo, onde, dos 24 alunos participantes, apenas 11 participaram de todos os encontros.

O primeiro instrumento da pesquisa que os alunos tiveram contato foi uma entrevista, realizada com a finalidade de definir o perfil dos sujeitos envolvidos na pesquisa e descrever os grupos em estudo. Posteriormente foi utilizado um teste por duas vezes, na primeira vez tinha o propósito de verificar os conhecimentos em Geometria, relativos a classificação dos quadriláteros e as propriedades que os definem, conhecimentos prévios dos alunos até o momento do início das intervenções. A segunda aplicação do teste procurou verificar as contribuições dos softwares de Geometria Dinâmica para a construção de conceitos relacionados a quadriláteros, em contra posição aos resultados de alunos que tiveram contato com o mesmo conteúdo, porém com aulas clássicas de geometria euclidiana plana.

Conforme os relatos descritos pela autora, as intervenções foram realizadas no período do dia 08 a 17 de novembro de 2010, no contra-turno das aulas habituais dos alunos, no laboratório de informática que continha 18 computadores, porém, pela falta de manutenção,

apenas 6 estavam em condição de uso e por esse motivo os alunos utilizaram os computadores em duplas.

Foram realizados 5 encontros com o grupo experimental, de 2 horas cada, dos quais, o primeiro foi utilizado para entrevista e realização do teste acima citado, além de atividade de reconhecimento do software GeoGebra.

No segundo encontro realizado com o grupo experimental, foram propostas as atividades 1 e 2. Os objetivos dessas atividades foram o de explorar, analisar e observar um quadrado, previamente construído de maneira estável, após a movimentação feita pelo recurso arrastar do software, além de explorar, analisar e observar um retângulo, movimentando-o para verificar variações e ou invariância das propriedades.

O terceiro encontro foi basicamente igual ao segundo, explorando um losango, um paralelogramo e um trapézio, todos previamente construídos no Geogebra. Os estudantes apenas reproduziam o que era pedido nas atividades 3, 4 e 5.

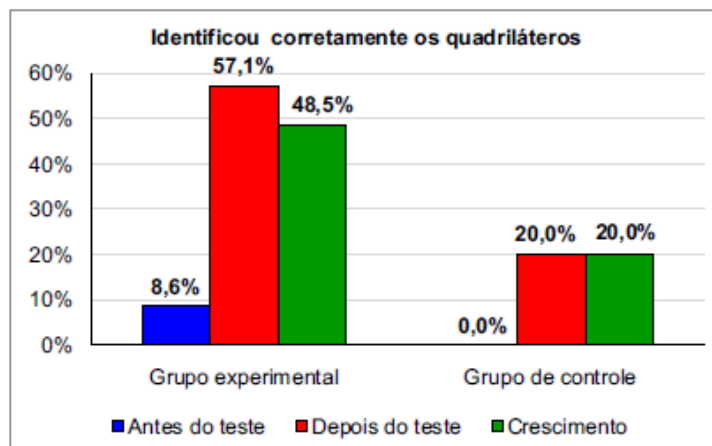
No quarto encontro realizaram a Atividade 6, que tinha como finalidade construir cada uma das figuras geométricas estudadas nas atividades anteriores usando o software Geogebra. Os alunos tiveram dificuldades de construir um losango estável a movimentos. O quinto encontro foi realizado a aplicação do teste pela segunda vez e o encerramento das intervenções.

Com a turma de controle, houve quatro encontros de 1 hora e 30 min cada, no qual o primeiro se deu de mesmo modo do primeiro encontro da turma experimental e onde foi entregue um material de apoio para os alunos que serviria como complemento do livro didático utilizado durante as intervenções. No segundo e terceiro encontro a autora falou dos ângulos e suas classificações, expôs a ideia de trapézio, paralelogramo, retângulo, losango e quadrado. Além de ensinar aos alunos como medir ângulo com o uso do transferidor, ela realizou alguns exercícios do livro didático.

No quarto encontro foram corrigidos os exercícios realizados no encontro anterior. Após a correção, foi realizado o teste pela segunda vez.

Para a pesquisadora, evidenciou-se que os alunos que tiveram a experiência de lidar com as representações dinâmicas do Software Geogebra e compuseram o grupo experimental obteve uma evolução na identificação dos quadriláteros de 48,5%, e os alunos melhoraram suas justificativas e descreveram com muito mais precisão as propriedades que definem os quadriláteros. Os alunos que não tiveram nenhum contato com o software de GD e compuseram o grupo de controle, obtiveram um crescimento de apenas 20% conforme o gráfico exposto na Figura 8.

Figura 8 - Gráfico dos que identificaram corretamente os quadriláteros



Fonte: (MENEGOTTO, 2010, p. 64)

Menegotto (2010) ao finalizar a pesquisa, concluiu que pelos dados obtidos, um software de Geometria Dinâmica (Geogebra) contribui de modo muito eficaz para a construção de conceitos relacionados a quadriláteros e a mudança de uma metodologia tradicional de representação estática (livro, lápis, quadro e giz, por exemplo) para uma metodologia dinâmica (software GD) proporcionou uma compreensão mais eficaz das propriedades dos quadriláteros.

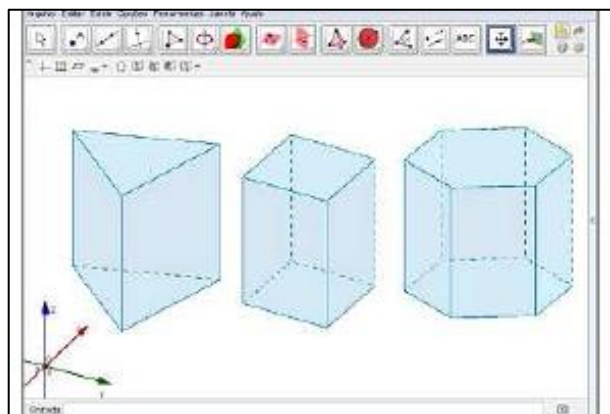
Por fim, a pesquisa de Zotto et al (2013), que tinha como proposta apresentar uma metodologia de trabalho envolvendo o ensino de tópicos da geometria espacial na escola básica. Para isso, os autores utilizaram o software Geogebra 3D para desenvolver materiais que posteriormente foram utilizados em uma turma do curso técnico em química no Instituto Federal do Rio Grande do Sul, Campus Caxias do Sul em 2012.

As atividades relatadas foram desenvolvidas pela professora orientadora da pesquisa com o auxílio dos bolsistas em suas aulas regulares de matemática, em uma turma de segundo ano do ensino médio integrado ao técnico em química que possuía quatorze alunos. E seguiram a seguinte ordem de apresentação: primeiramente foram apresentadas e tratadas as características envolvendo primas; logo após foi abordado o cubo e algumas de suas relações métricas e finalmente apresentada uma possível definição envolvendo o volume dos prismas.

Na apresentação e tratamento das características envolvendo primas, foram apresentados aos alunos os prismas de base quadrangular, triangular e hexagonal, construídos

no software Geogebra 5.0, conforme mostra a Figura 9. Através da manipulação, usando o quadro interativo, foi possível identificar e conceituar os vértices, as arestas e as faces.

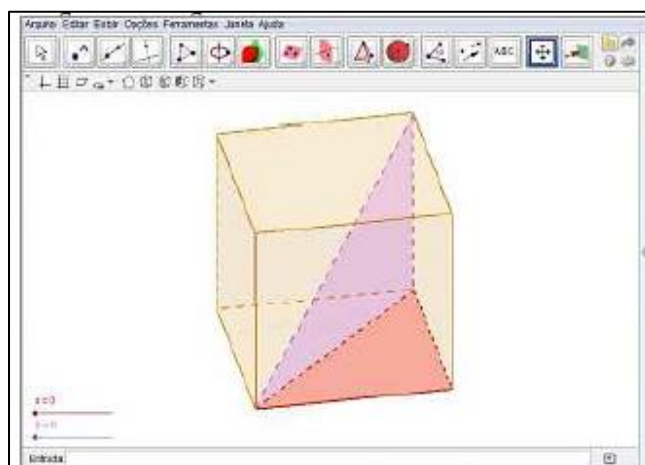
Figura 9 - Prismas Construídos no Geogebra



Fonte: (ZOTTO et al, 2013, p.5)

O cubo apresentado aos alunos proporcionou que verificassem o sólido como caso particular de prisma reto, onde todas as faces são quadradas e iguais e através de diversas rotações os alunos perceberam que a construção permanecia sempre a mesma, caracterizando assim o cubo.

Figura 10 - Construção dos triângulos destacados no cubo



Fonte: (ZOTTO et al, 2013, p.7)

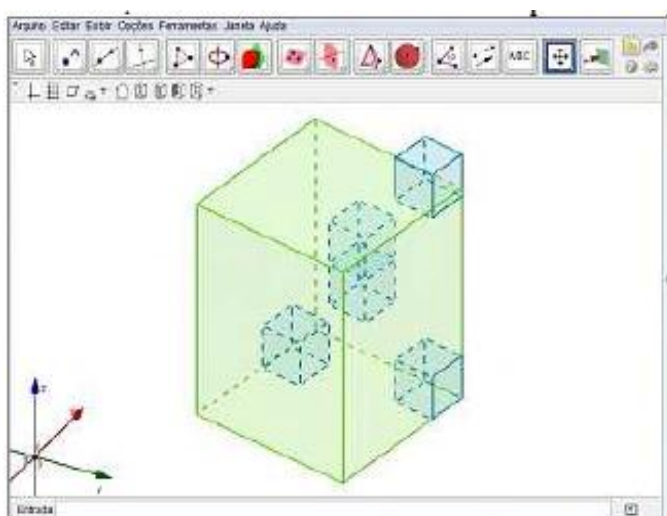
Para os autores, a construção do cubo permitiu que fosse possível verificar algumas relações métricas importantes presentes nesse sólido. Também foram destacados na

construção dois triângulos aqui chamados de “lilás” e “vermelho” (Figura 10), os alunos foram questionados sobre a natureza desses triângulos (retângulo ou não retângulo) e quais elementos do cubo foram usados para constituir esses triângulos.

Conforme os autores, foi solicitado que os alunos movimentassem o parâmetro (seletor) α que movimenta o triângulo “vermelho” e o parâmetro (seletor) β que movimenta o triângulo “lilás”. Com isso, foi possível enfatizar a relação matemática que produz o valor do tamanho da diagonal da face e da diagonal do cubo dada pelas relações matemáticas $d = a\sqrt{2}$ e $D = a\sqrt{3}$ respectivamente, onde a é o tamanho da aresta do cubo.

A definição de volume dos prismas apresentada pelos autores, com o uso do Geogebra 3D, levou em consideração a unidade de volume como uma caixa cúbica, onde todas as arestas têm o comprimento unitário. Ao “preencher” um prisma com esse tipo de caixa, o volume surge na contagem do número de caixas que foram necessárias para preencher o espaço interno do prisma. A Figura 11 ilustra este procedimento.

Figura 11 - Animação de Prismas unitários preenchendo o prisma



Fonte: ZOTTO et al (2013,p.8)

Posteriormente, foi construído um retângulo e sua visualização era feita no plano horizontal, onde foi atribuída uma altura variável h ao longo da direção vertical, na qual, a medida que a altura aumentava, construía-se um prisma de altura diferente. O qual possibilitou fazer uma discussão sobre o volume do prisma, e através dela concluir que o volume pode ser obtido multiplicando a área desse retângulo (base do prisma) pelo tamanho da altura h .

Os autores destacaram que o uso do quadro interativo nas aulas de matemática foi um diferencial em comparação com as metodologias tradicionais anteriormente usadas em suas práticas docentes. Além de mobilizar os alunos na direção do aprendizado, aumentou a sua participação e colaboração com ideias e argumentos durante a realização das atividades em aula. E ainda salientam que apesar de sua pesquisa explorar conceitos envolvendo a geometria espacial no ensino médio, a proposta pode também ser desenvolvida em cursos de graduação em licenciatura em matemática ou também na formação de professores para o ensino básico.

Após análises das pesquisas de Baldin e Felix (2008), Gravina (1996), Menegotto (2010) e Zotto et al (2013), percebemos que os softwares de Geometria Dinâmica pode ser utilizado de diferentes maneiras como “verificador” das atividades propostas pelos livros didáticos, visualizador de imagem possibilitando o reconhecimento das propriedades, “criador” de conhecimento proporcionando o teste de conjeturas e com diversas metodologias, buscando sempre uma aprendizagem significativa dos conteúdos e seus conceitos e funcionando assim como instrumento mediador para o ensino e a aprendizagem.

3 ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA

3.1 Caracterizando a Escola

A escola que adotamos como referência foi uma Escola Estadual de Ensino Fundamental Isaura Fernandes de Sousa, localizada na Rua Projetada I, s/n, no Bairro Epitácio Madrugá, na cidade de Itapororoca – PB.

A escola foi fundada no ano de 2000 e atualmente, possui a modalidade Ensino Fundamental I e II Regular em vigor nos turnos manhã e tarde, Projovem e EJA no turno da noite. Nesta instituição trabalham 56 servidores, sendo 2 (dois) professores de matemática e encontram-se matriculados 575 alunos, distribuídos em 9 (nove) turmas pela manhã contendo 172 alunos, 8 (oito) turmas à tarde contendo 158 alunos e 8 (oito) turmas à noite, sendo 5 (cinco) turmas do Projovem com 40 alunos cada e 3 (três) turmas do EJA com 15 alunos cada, somando 245 alunos. A escola contempla alguns projetos, tais como: o Alumbrar, que utiliza a metodologia telessala para a correção da distorção entre a idade e o ano letivo do estudante; o Programa Primeiros Saberes da Infância – PPSI, implantado nas escolas estaduais que possuem Ensino Fundamental, com a perspectiva de trabalhar o processo de leitura, de escrita e lógico-matemático com os alunos do 1º ao 5º anos do Ensino Fundamental; entre outros projetos.

A escola está estruturada com 1 diretoria; 1 secretaria; 9 salas de aula; 1 sala de professor; 5 banheiros; 1 cantina; 1 biblioteca e 1 Laboratório de Informática.

O Laboratório de Informática existente na escola está em funcionamento e com acesso a internet. O Laboratório conta com 9 computadores, onde os estudantes têm acesso. Eles utilizam o espaço do Laboratório para assistir aulas, no entanto, os mesmos não têm aula de Matemática no laboratório.

Dos 9 computadores existentes no Laboratório de Informática, 7 estão funcionando, nenhum possui qualquer software de matemática instalado. O Laboratório é muito pequeno e é utilizado como depósito dos instrumentos musicais da banda marcial da escola e fica sobre responsabilidade da direção. A direção da escola informou que há 2 (dois) anos o laboratório funciona, mas apenas para aulas do Projovem no turno da noite, pois não há procura por parte dos professores para utilização do local. Devido o pouco uso, o local é utilizado como depósito dos instrumentos musicais como mostrado na Figura 12 a seguir:

Figura 12 – Instrumentos Musicais no Laboratório de Informática



Fonte: Arquivo Pessoal

3.2 Caracterizando a turma do 8º ano

O trabalho de intervenção foi feito na turma do 8º ano do Ensino Fundamental, turma “A” do turno manhã. A turma é formada por 12 alunos, mas apenas 8 alunos participaram da pesquisa. A faixa etária média da turma é de 15 anos sendo o grupo formado por 3 alunos (38%) do sexo feminino e 5 (62%) do sexo masculino.

3.3 Uma breve análise do livro didático: o quadrado e o cubo

A Escola de referência deste estudo faz uso da obra do autor Luiz Roberto Dante do Projeto Teláris – Matemática, publicado pela Editora Ática em 2012. Cada volume é organizado em 4 unidades, e 9 capítulos, divididos em 312 páginas em média por volume.

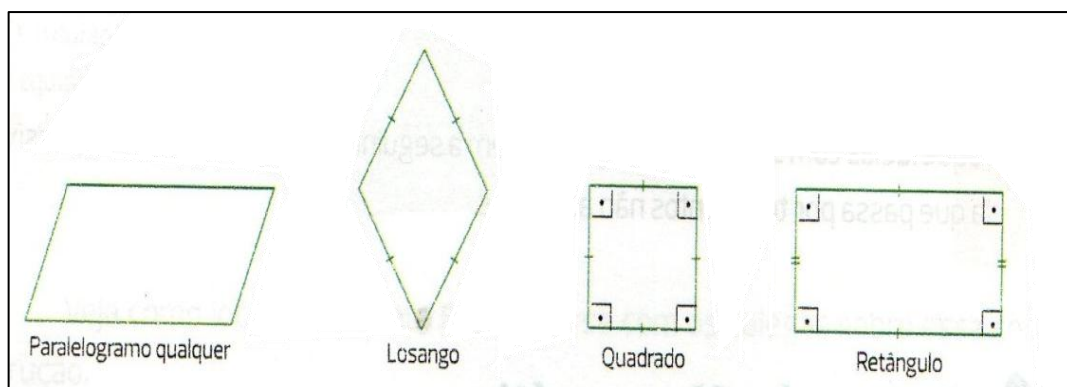
Quanto a área de Geometria abordada pela obra, segundo análise do PNLD (BRASIL, 2013):

As figuras geométricas planas são definidas de modo apropriado, ora como regiões planas, ora como contornos de regiões planas. Tal tratamento, entretanto, não é observado para as figuras geométricas espaciais [...]. Além disso, há desarticulação entre os conceitos de vistas, perspectiva e outros modos de representação plana de figuras geométricas espaciais. (BRASIL, 2013, p.78)

No livro didático utilizado pela escola para o 8º ano, o estudo dos polígonos dá-se na Unidade 2 - Geometria e Álgebra, no capítulo 3 - Ângulos, triângulos e quadriláteros.

O estudo dos quadriláteros ocorre com mais ênfase no subtítulo 7 do capítulo 3 – Ampliando o estudo dos quadriláteros, onde é retomado o conceito dos quadriláteros como sendo todo polígono de quatro lados, classificando-os através de representações geométricas na forma de paralelogramos, trapézios e quadriláteros que não se encaixam nem como paralelogramos nem como trapézios, a exemplo do quadrilátero não convexo. Porém o livro faz uso de figuras sempre de mesma forma, levando os estudantes a não reconhecerem as mesmas quando colocadas de modo diferente da convencional, como mostramos na Figura 13, a seguir.

Figura 13 – Identificação dos Paralelogramos no Livro Didático

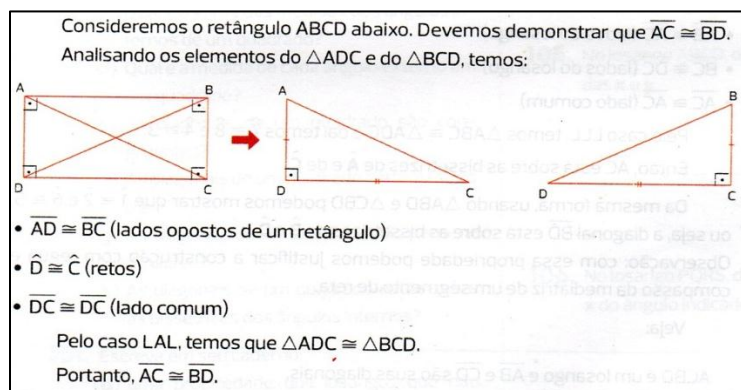


Fonte: (DANTE, 2012, p.106)

As propriedades do quadrado levadas em consideração nesta obra, dizem respeito à igualdade das medidas dos seus quatro lados e o fato dos seus ângulos internos serem iguais a 90° . Propriedades essas em destaque no quadrado da Figura 13 acima.

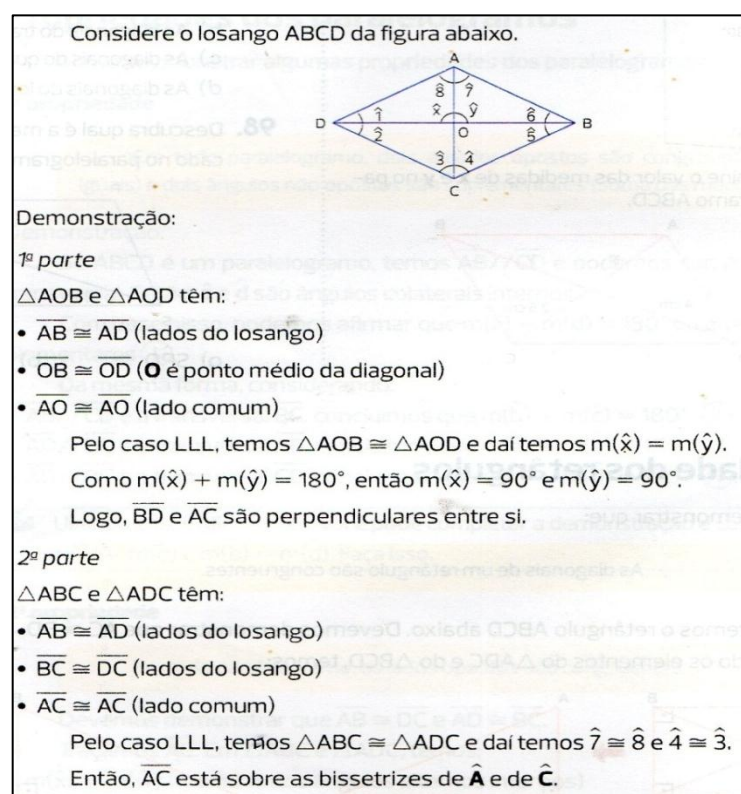
Em seguida, o autor apresenta o conceito e as propriedades dos paralelogramos e dos retângulos, porém as mesmas já descritas anteriormente nas propriedades dos paralelogramos, tornando a leitura cansativa e desnecessária. Antes de definir quadrado, relata as propriedades do retângulo (diagonais de um retângulo são congruentes, conforme demonstrada na Figura 14) e apresenta as propriedades dos losangos (diagonais de um losango são perpendiculares entre si, e estão contidas nas bissetrizes dos ângulos internos do losango, Figura 15).

Figura 14 - Demonstração da Propriedade do Retângulo Descrita no Livro Didático



Fonte: (DANTE, 2012, p.109)

Figura 15- Demonstração da Propriedade do Losango Descrita no Livro Didático

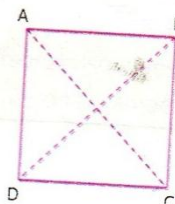


Fonte: (DANTE, 2012, p.110)

Entretanto, no que se refere ao quadrado, o autor descreve-o de forma resumida no exercício proposto, não elencando de forma clara suas definições. Como observado na Figura 16.

Figura 16 - Exercício que elenca a definição do Quadrado no Livro Didático

100. Com base nas definições e demonstrações já feitas e lembrando que todo quadrado é um quadrilátero convexo, um paralelogramo, um retângulo e um losango, responda no caderno:



- a) Como são os lados opostos em um quadrado?
- b) O quadrado é um polígono regular?
- c) Qual é a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrado?
- d) Qual é a medida de cada ângulo externo em um quadrado?
- e) As diagonais de um quadrado são congruentes?
- f) As diagonais de um quadrado cortam-se ao meio?
- g) As diagonais de um quadrado são perpendiculares?
- h) As diagonais de um quadrado estão sobre as bissetrizes dos ângulos internos?

Fonte: (DANTE, 2012, p.111)

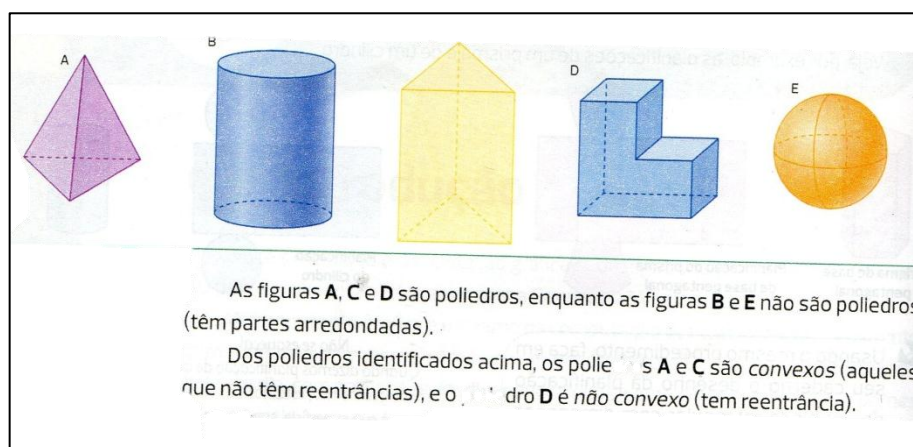
Observamos que após apresentar as propriedades dos quadriláteros e suas demonstrações, o autor utiliza os exercícios como reprodução mecânica do que foi descrito, e com isso não permite ao estudante compreender, descrever e pensar, dificultando assim o processo de aprendizagem. Conforme elencado no PNLD (BRASIL, 2013, p.74) “os conceitos e procedimentos são apresentados sem muitas oportunidades para o aluno tirar conclusões, estabelecer relações e fazer generalizações”.

O estudo dos poliedros é realizado na Unidade 4 – Grandezas e medidas, Geometria e Estatística e no capítulo 8 – Representação de Sólidos Geométricos no plano. Na introdução o autor traz uma visão mais contemporânea para o uso dos poliedros, onde são utilizados como malha de controle para a representação de objetos tridimensionais na computação gráfica.

No subtítulo 2 – Planificações de formas geométricas espaciais (ou sólidos geométricos), diz que, para montar formas geométricas espaciais com cartolina, podemos primeiramente representa-las desmontadas no plano, ou seja, podemos fazer sua planificação, dando como exemplo a planificação de um prisma de base pentagonal e de um cilindro, e enfatiza que, quando falamos de planificação de um sólido geométrico nos referimos à sua superfície, ou seja, sua “casca”.

Em seguida no subtítulo 3 – Poliedros regulares, é feita uma identificação de algumas figuras, se elas são poliedros e classificação das mesmas como poliedros convexos ou não convexos, conforme Figura 17.

Figura 17 - Identificação dos poliedros no livro didático



Fonte: (DANTE, 2012, p.248)

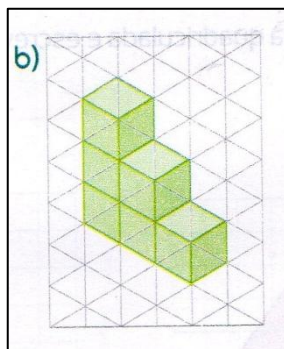
O autor enfatiza que os poliedros regulares são aqueles cujas faces são regiões poligonais regulares iguais e, nos quais, para todo vértice, converge o mesmo número de aresta. Dentro dessa definição se encaixa cinco poliedros, Cubo ou Hexaedro regular, Tetraedro regular, Octaedro regular, Dodecaedro regular e o Icosaedro regular.

As propriedades do cubo levadas em consideração neste estudo dizem respeito ao fato de suas faces serem formadas por quadrados, totalizando 6 faces, possuindo 12 vértices e 8 arestas. Quanto à sua planificação, ela é composta por 6 quadrados, dispostas de formas variadas totalizando 11 planificações distintas.

O livro traz os poliedros regulares e uma das suas planificações, em exercícios, onde estimula o estudante a pensar o porquê dos nomes destinados aos mesmos.

As imagens de alguns objetos descritos no livro estimula o aluno a ter uma abstração visual para a contagem dos vértices e das arestas, pois, o mesmo é levado a supor que existe algo por traz de uma face, como na Figura 18.

Figura 18 - Construção geométrica na malha triangular



Fonte: (DANTE, 2012, p.254)

Para tanto, é necessário o desenvolvimento de uma percepção visual e a abstrata de uma imagem tridimensional para a resolução do problema que pode ser estimulada através de uma construção manipulativa, onde o estudante possa “enxergar” todos os lados.

3.4 A Intervenção didática na escola

3.4.1 O planejamento e o desenvolvimento da Intervenção

Para a atividade de intervenção na turma citada, foram estruturados dois planos de aula (Plano de Aula 1 e Plano de Aula 2) presentes nos Apêndices A e B, respectivamente, deste trabalho. Para o Plano de Aula, foram construídas as Atividades 1 e 2, e para o Plano de Aula 2, a Atividade 3.

O Plano de Aula 1 teve por objetivo *mobilizar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre propriedades do quadrado e proporcionar uma visão das propriedades do quadrado*.

Assim, a proposta foi iniciar com um questionário a fim de elaboramos um diagnóstico sobre os conhecimentos prévios dos alunos em relação às figuras geométricas quadrado e cubo (Apêndice C). De maneira geral, pedia para que os alunos explicassem o que é um quadrado, o que é um cubo, como podemos desenhar ambas as figuras e quais as diferenças entre o quadrado e o cubo.

Esse primeiro encontro com a turma foi realizado no dia 23/05, com duração de 2 horas/aula e teve início no quarto horário do turno da manhã. Ao entrar na sala, o pesquisador

cumprimentou os alunos presentes, se identificou como aluno do Curso de Licenciatura em Matemática e explicou o motivo de sua presença bem como os objetivos propostos para realização da intervenção. A Figura 19 ilustra este momento inicial da intervenção.

Figura 19 - Entrega dos Questionários aos Alunos



Fonte: Arquivo Pessoal

Posteriormente a resolução do questionário, o pesquisador definiu o quadrado e o cubo no quadro branco (Figura 20) com as seguintes descrições: o quadrado como um quadrilátero regular, ou seja, possui quatro lados de mesmo comprimento e com quatro ângulos de 90° (ângulo reto) e cubo como um poliedro regular de base quadrada, ou seja, todas as arestas de mesmo comprimento e seus ângulos internos são de 90° .

Figura 20 - Definição do Quadrado e Cubo no Quadro Branco



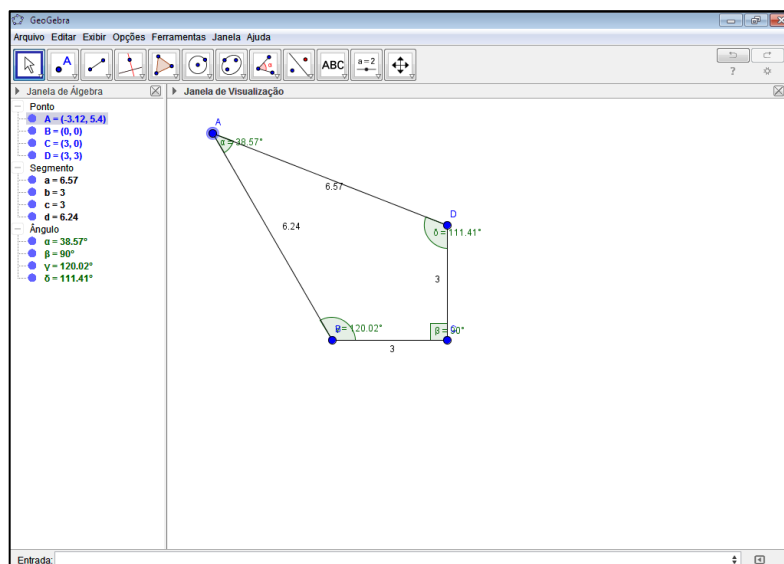
Fonte: Arquivo Pessoal

Em seguida, todos foram para o laboratório de Informática da escola. O pesquisador apresentou de forma rápida, com ajuda de uma projeção na parede, o software GeoGebra e que também estava aberto na tela do computador de cada estudante. Para este plano de aula, foram utilizadas duas atividades (Atividade 1 e Atividade 2) cada uma com um roteiro de construção a ser executado pelos alunos no software GeoGebra, com o objetivo de proporcionar uma visão das propriedades do quadrado.

A primeira construção, Atividade 1 (Apêndice E), realizada pelos alunos foi de um desenho de um quadrado sem as propriedades, onde, com ajuda do roteiro, os estudantes criariam no GeoGebra quatro pontos em locais específicos, em seguida, segmentos de reta ligando esses pontos em formato de quadrado, logo após, os ângulos internos desse quadrado. Com o desenho formado os alunos movimentariam os pontos (vértices) observando as modificações que acontecem com o desenho, para que assim possam responder algumas questões contidas na atividade.

A Figura 21 ilustra um desenho possível de ser obtido pelos alunos quando da realização desta atividade e movimentação do vértice A.

Figura 21 - Possível desenho obtidos pelos alunos



Fonte: Arquivo Pessoal

O pesquisador leu o roteiro à medida que realizava as etapas exibindo-as na projeção para melhor entendimento dos estudantes, além de tirar dúvidas dos alunos e ajudar no manuseio do software. Mesmo com dificuldade no manuseio do mouse e na localização de algumas letras no teclado, os estudantes conseguiram criar quatro pontos, através do campo

de entrada do GeoGebra e os segmentos de reta ligando esses pontos em formato de quadrado. Porém na construção dos ângulos internos foi necessário que o pesquisador ajudasse, assessorando cada clique para a construção dos ângulos dessa figura. A ausência do professor da turma dificultou a realização nesta etapa, pois o mesmo nos auxiliaria no desenvolvimento da aula ajudando os estudantes no manuseio do computador, além de observar a metodologia utilizada.

Com o desenho formado os alunos movimentaram os pontos (vértices), e responderam às três questões propostas na atividade. A seguir apresentaremos essas questões e exemplificaremos com algumas repostas dos alunos.

Na primeira pergunta, *quando mexemos os vértices (pontos) o que acontece com a figura?* O Aluno B respondeu que a figura muda de forma quando tira ela do lugar. Conforme a resposta na Figura 22 abaixo.

Figura 22- Resposta do Aluno B, Atividade 1, item a

a) Quando mexemos os vértices (pontos), o que acontece com a figura?

ela muda de forma quando a gente tira ela do lugar

Fonte: Arquivo Pessoal

No item b, *O que acontece com os ângulos internos da figura?* O Aluno F respondeu que “mudou os ângulos”. Como visto na Figura 23.

Figura 23- Resposta do Aluno F, Atividade 1, item b

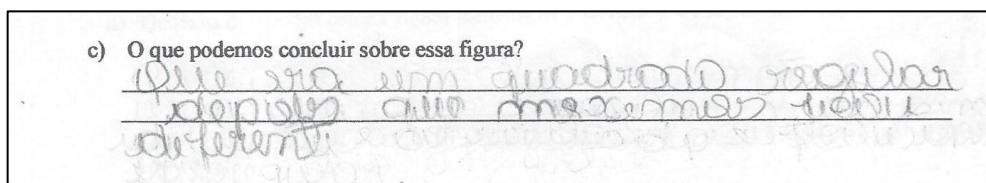
b) O que acontece com os ângulos internos da figura?

Mudou os ângulos

Fonte: Arquivo Pessoal

No item c, perguntamos o que poderíamos concluir sobre essa figura, respostas do Aluno C foi “que era um quadrado regular que mexemos ficou diferente”. De acordo com a Figura 24.

Figura 24- Resposta do Aluno C, Atividade 1, item c



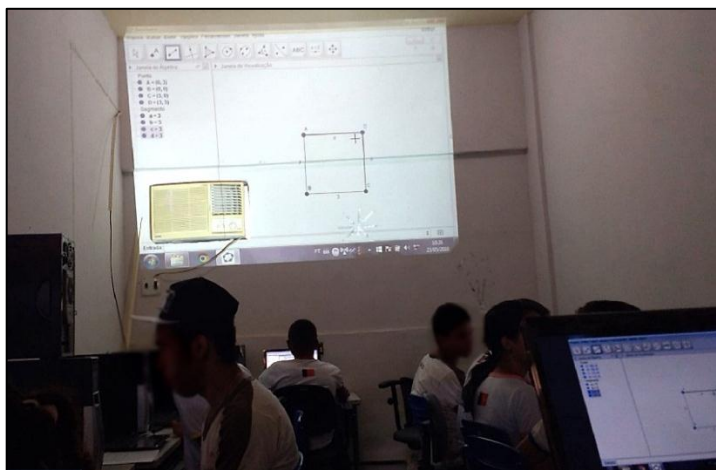
Fonte: Arquivo Pessoal

Na realização dessa atividade foi identificado que os alunos não tinham nenhuma familiaridade com o computador, pois os mesmos não sabiam o que era o mouse e confundiam repetidamente o botão direito do mouse com o esquerdo, o que dificultou o desenvolvimento da atividade e prologou o tempo para sua realização. Isso provocou o adiamento da segunda atividade prevista para aquela aula.

A segunda aula que seria sobre o cubo foi adiada. Assim, a continuidade do Plano de Aula 1 ocorreu no dia 25/05, com duração de 2 horas/aula e teve início no primeiro horário do turno da manhã, no laboratório da escola, com a presença do professor de matemática da turma. Os alunos iniciaram a construção do quadrado através de um roteiro, auxiliado pelo professor e pela projeção da atividade com uso de um data-show.

A Figura 25 ilustra este momento da intervenção.

Figura 25 – Projeção da atividade na intervenção



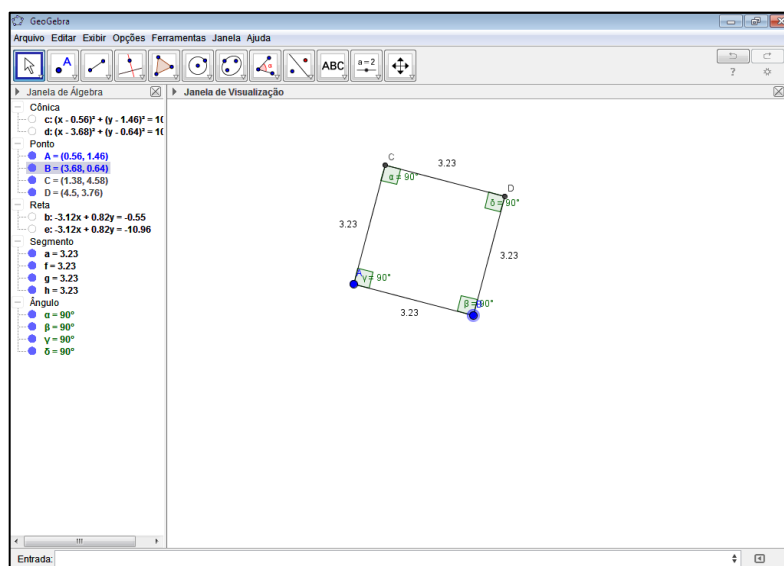
Fonte: Arquivo Pessoal

Antes do início da segunda aula usando a Atividade 2, apresentamos ao professor de matemática da turma, as construções realizadas pelos estudantes e as questões por eles respondidas, para que assim o mesmo se inteirasse com as ações desenvolvidas pelos alunos.

A segunda construção planejada para os alunos foi de explorar um quadrado, a partir de suas propriedades.

Nesta construção usamos o seguinte roteiro: construção de dois círculos, de modo que, o centro do segundo círculo esteja sobre a circunferência do primeiro, e de forma recíproca o centro do primeiro círculo esteja sobre a circunferência do segundo. Em seguida, com um segmento de reta do centro de um círculo ao outro, são criadas duas retas perpendiculares a esse segmento, uma passando pelo centro do primeiro círculo e a outra passando pelo centro do segundo círculo. Em seguida são criados dois pontos, na interseção superior de cada reta com círculo, logo após os círculos e as retas suporte são ocultadas. Logo depois, mais três segmentos de reta são traçados formando um quadrado e os ângulos internos desse quadrado também são exibidos. A Figura 26 a seguir exibe a construção na janela gráfica e na janela algébrica.

Figura 26 – Construção a ser realizada pelos alunos



Fonte: Arquivo Pessoal

Dessa forma, os alunos poderão responder algumas questões contidas na atividade além de comparar as duas construções, promovendo uma maneira de aprendizagem, através da verificação das diferenças de um desenho (Atividade 1) e uma figura (Atividade 2).

A seguir exemplificaremos algumas respostas dadas pelos estudantes para as questões trazidas na Atividade 2.

Quando mexemos os vértices (pontos), *o que acontece com a figura?* o Aluno C respondeu que “sempre fica um quadrado não muda”. Conforme a Figura 27.

Figura 27- Resposta do Aluno C, Atividade 2, item a

a) Quando mexemos os vértices (pontos), o que acontece com a figura?
Sempre fica um quadrado
mas muda.

Fonte: Arquivo Pessoal

Quando perguntamos o que acontece com os ângulos internos da figura, o Aluno D respondeu que “eles permanece com o mesmo valor dos seus ângulos”(sic). Mostrado na figura a seguir:

Figura 28- Resposta do Aluno D, Atividade 2, item b

b) O que acontece com os ângulos internos da figura?
eles permanece com mesmo valor
dos seus ângulos

Fonte: Arquivo Pessoal

Para a pergunta, *o que podemos concluir sobre essa figura?* Obtemos como resposta do Aluno C “que podemos mexela como quiser mais sempre fica um quadrado”(sic). De acordo com a Figura 29.

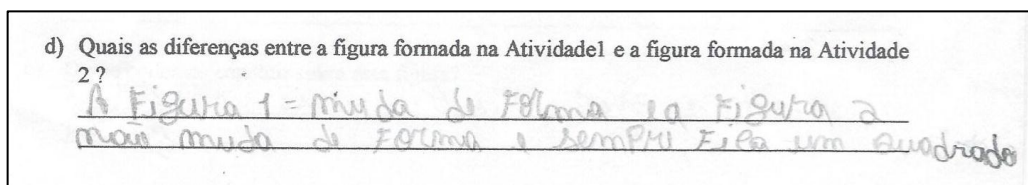
Figura 29- Resposta do Aluno C, Atividade 2, item c

c) O que podemos concluir sobre essa figura?
Que podemos mexela como
quiser mais sempre fica um
quadrado

Fonte: Arquivo Pessoal

Para a pergunta: *quais as diferenças entre a figura na atividade 1 e a figura formada na atividade 2?* O Aluno F respondeu que “a figura 1 muda de forma e a figura 2 não muda de forma é sempre um quadrado”. Conforme ilustrada na Figura 30.

Figura 30 - Resposta do Aluno F, Atividade 2, item d



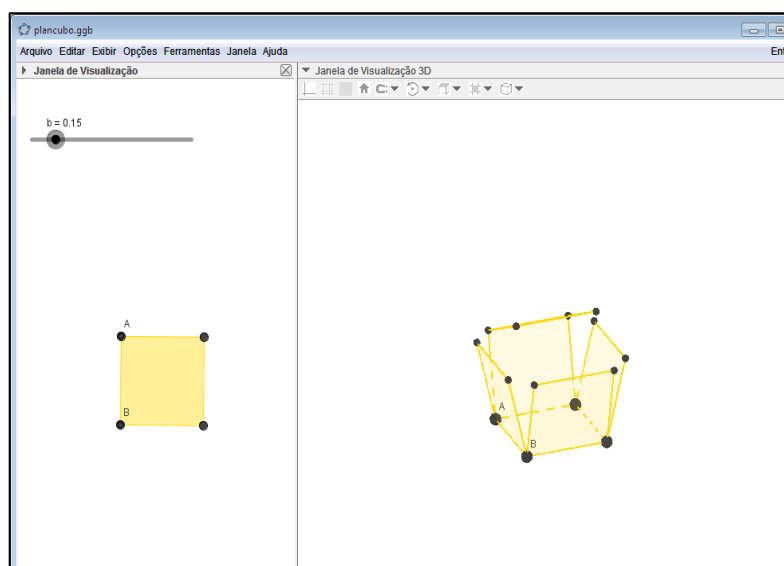
Fonte: Arquivo Pessoal

O Plano de Aula 2, realizado a terceira aula de intervenção, teve por objetivo *identificar o cubo através de suas propriedades e sua planificação*. Nesta aula, os estudantes não farão a construção do cubo, devido sua complexidade na elaboração e na manipulação do mouse, o que dificultaria a análise das propriedades pelos alunos, sendo mais viável a visualização do cubo pronto e sua planificação, apreciando assim sua propriedade.

Para esta aula foi construído um arquivo no GeoGebra 5.0 (com recurso 3D) chamado “plancubo”. O arquivo inclui, em uma janela, um cubo em 3D e, na outra, uma face do cubo contido no plano XY. Com isso, possibilita aos estudantes visualizar o cubo por todos os ângulos e além de planifica-lo com ajuda de um seletor, para que eles possam examinar as suas características e propriedades.

A Figura 31 a seguir ilustra o arquivo construído para a Atividade 3 realizado no terceiro dia de intervenção.

Figura 31 – Arquivo Construído para aula de cubo



Fonte: Arquivo Pessoal

Em seguida, foi planejado que entregaríamos aos estudantes um questionário semelhante ao entregue na primeira aula, a fim de conhecer o que software proporcionou na identificação das propriedades do quadrado e do cubo. Sobre esta construção foi elaborado um questionário contendo 6 questões (Apêndice F). A seguir exemplificaremos algumas respostas dos alunos.

A primeira pergunta foi, *Quando mexemos os vértices (pontos), o que acontece com o Cubo?*, o Aluno D respondeu que, “ele se movimenta apresentando suas de formas de ângulo”, como mostra a Figura 32 a seguir:

Figura 32 - Resposta do Aluno D, Atividade 3, item a

a) Quando mexemos os vértices (pontos), o que acontece com o Cubo?

ele se movimenta apresentando suas de formas de ângulo

Fonte: Arquivo Pessoal

Indagados posteriormente sobre, o que acontece com o Cubo quando movimentamos o seletor “b”, o Aluno D respondeu que, “ele se abre e se fecha virando lados mostrando suas formas”, conforme visto na Figura 33.

Figura 33- Resposta do Aluno D, Atividade 3, item b

b) O que acontece com Cubo quando movimentamos o seletor “b”?

ele se abre e se fecha virando lados mostrando suas formas

Fonte: Arquivo Pessoal

Após, perguntados sobre o que é preciso para formar um Cubo, o Aluno A respondeu “6 quadrados”, conforme a Figura 34.

Figura 34- Resposta do Aluno A, Atividade 3, item c

c) O que é preciso para formar um cubo?

6 quadrados

Fonte: Arquivo Pessoal

Depois, os alunos responderam a seguinte pergunta, *o que dizer sobre os ângulos e como as faces do Cubo são obtidas?*, o Aluno C disse que é “através dos ângulos que tem 90° e a face é formada por quadrados”(Figura 35)

Figura 35- Resposta do Aluno C, Atividade 3, item d

d) O que dizer sobre os ângulos e como as face do cubo são obtidas?
Através dos ângulos que tem 90° e a face é formada por quadrados.

Fonte: Arquivo Pessoal

Questionados sobre quantas faces, quantos vértices e quantas arestas formam o Cubo, nenhum dos estudantes tiveram êxito, seja por falta de atenção e/ou por se saberem o que são faces, vértices e arestas, como observado na resposta do Aluno A, o mesmo respondeu que o cubo tem 6 faces, 8 vértices e 16 arestas (Figura 36).

Figura 36- Resposta do Aluno A, Atividade 3, item e

e) Quantas faces, quantos vértices e quantas arestas formam o Cubo?
6 faces, 8 vértices 16 arestas

Fonte: Arquivo Pessoal

Na ultima pergunta feita aos alunos *o que o software Geogebra pôde lhe ajudar na identificação do cubo?* O Aluno A respondeu da seguinte forma: “consegui ver todos os lados, vértices e arestas faces e ângulos perfeitos.” (Figura 37)

Figura 37 - Resposta do Aluno A Atividade 3, item f

f) Em que o software Geogebra pôde lhe ajudar na identificação do cubo?
consegui ver todos os lados, vértices e arestas faces e ângulos perfeitos.

Fonte: Arquivo Pessoal

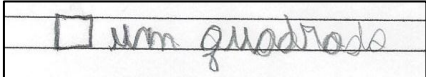
3.4.2 Respostas dos alunos aos questionários 1 e 2

Nesta sessão faremos uma reflexão sobre as contribuições do GeoGebra na exploração das propriedades do quadrado e do cubo a partir da intervenção com os alunos considerando os questionários diagnósticos aplicados antes e depois da intervenção. Para tanto, organizamos as repostas dos alunos em cinco quadros (Quadro 1 à 5) que contém as perguntas e as respostas dadas pelos alunos, tal qual como eles escreveram, nos dois momentos da aplicação, sendo assim, resposta 1 e resposta 2.

Quadro 1 – Respostas dos alunos antes e depois da intervenção – Pergunta 1

<i>O que é um quadrado?</i>		
Aluno	Resposta 1	Resposta 2
A	Linhas retas	Um comprimento de 90° graus
B	Um quadrado é desenho em forma de televisão	um quadrado é elemento formado por 4 lados
C	um quadrado é 4 linhas que se encontra e forma um quadrado	um quadrado são 6 lados perfeitos que mede o mesmo ângulo
D	bom, pra é uma forma geométrica de ângulos e vértices	É um figura onde apresenta dimensões de ângulos
E	Com linhas retas	É comprimento de 90° grau de linhas retas
F	um quadrado ele tem quatro linhas então juntando as quatro linhas forma um quadrado	Um quadrado ele tem 4 linhas e ele tem 90° então ele é bem facio de desenhar e de explicar
G	um quadrado é umas quatropate	Um quadrado tem quato parte e todas em quais tem 90° grau

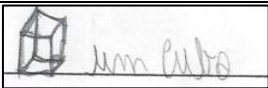
Quadro 2 – Respostas dos alunos antes e depois da intervenção – Pergunta 2

<i>Como podemos desenhar um quadrado?</i>		
Aluno	Resposta 1	Resposta 2
A	Quadrado é feito com quatro linhas retas	com linhas retas de 90° graus
B	Com 4 lados, 4 vértices e 4 ângulos	ele se desenha com uma régua
C	Com 4 linhas podemos formar o desenhar um quadrado	Com 6 lados podemos desenhar um quadrado
D	através das medidas e ângulos que corresponde ao desenho	Usando as medidas de ângulos e retas
E	pode desenhar com quatro linhas retas	Com linhas retas e iguais
F	com quatro linhas podemos desenhar um quadrado	Com 4 linhas podemos desenhar um quadrado
G		Quadrado foma do quato parte em quais tem 90° grau

Quadro 3 – Respostas dos alunos antes e depois da intervenção – Pergunta 3

<i>O que é um cubo ?</i>		
Aluno	Resposta 1	Resposta 2
A	É uma esfera	cubo é um quadrado com a imagem de um dado de 90° graus. 6 figuras
B	O cubo é como um dado	Cubo é um elemento que se parece um dado
C	É parecido com um quadrado mas é mais complexo como um dado tem 6 lados	é formado por 6 faces, os ângulos são de 90°
D	é uma medida que corresponde a 4 lados entre seus ângulos	É uma figura obtida do quadrado onde divide-se por suas linhas
E	o cubo é uma esfera	É um dado
F	um cubo ele é mais pequeno e mais facio de desenhar	O cubo ele é parecido com o quadrado mais o cubo tem mais linhas do que o quadrado
G	um cubo é umas dozepate	Um cubo tem 6 quatrado tem 90° grau

Quadro 4 – Respostas dos alunos antes e depois da intervenção – Pergunta 4

<i>Como podemos desenhar um cubo?</i>		
Aluno	Resposta 1	Resposta 2
A	Cubo é feito com duas linhas verticais, e uma reta.	Com faces, vértices, ângulos
B	com 7 lados, 7 vértices e 7 ângulos	ele é desenhado como um quadrado
C	com 6 lados desenhamos um cubo	Com 6 quadrados formamos um cubo
D	através da sua forma representando seus lados e ângulos	Usando as medidas do quadrado diferenciando suas linhas
E	é feito com uma linha reta e duas virtical	Com linhas retas
F	com quatro linhas podemos desenhar um cubo	O cubo ele tem 6 quadrados então ele é facio de desenhar
G		Um cubo tem 6 quadrado tem 90° grau

Quadro 5 – Respostas dos alunos antes e depois da intervenção – Pergunta 5

<i>Quais as diferenças entre o quadrado e o cubo?</i>		
Aluno	Resposta 1	Resposta 2
A	O quadrado pode ser feito com muitas linhas retas, já o cubo com algumas linhas verticais	Quadrado é formado por linhas retas de 90° graus. Cubo com faces, vértices mais também de 90° graus
B	As diferenças são quadrado é parecido como uma televisão e o cubo é parecido com o dado	porque o quadrado é formado quatrilatero e o cubo é formado como um dado
C	o quadrado tenhe 4 linhas e o cubo tenhe 6 lados	É que um é um hexago e um é pentagono
D	o quadrado apresenta 4 lados já o cubo apresenta mais por suas repartições	O quadrado apresenta se de quatro vértices, o cubo das repartições de suas linhas

E	o quadrado pode ser feito com muitas linhas retas	O cubo é um dado e o quadrado não o dado
F	um cubo ele é diferente de um quadrado porque ele é mais pequeno e o quadrado ele tem linhas retas e mais maior que o cubo	O quadrado ele tem 4 linhas e o cubo ele tem 4 quadrados então o cubo é diferente do que o quadrado
G	as diferenças porque um quadrado e neno que um cubo	Diferenças entre o quadrado emeno e cubo não

Ao observarmos as respostas do questionário 1, podemos perceber que os estudantes confundem as figuras do quadrado e do cubo, desconhecem as suas principais propriedades, associando à figuras do cotidiano e ainda usam utilizam terminologia inadequada para descrever tais figuras. Por exemplo, o estudante B relaciona o quadrado com uma televisão, o estudante A relaciona o cubo com uma esfera, o estudante E relaciona o cubo com o triângulo, onde a linha reta citada por ele seria a base (lado de baixo) do triângulo e duas “vertical” os outros dois lados do triângulo.

Notamos que após a intervenção, observando as repostas do questionário 2, os estudantes conseguiram melhorar sua definições matemáticas, como também as referências aos termos e aspectos visuais, chegando a discutir com os colegas e até mesmo com o pesquisador observações referentes às propriedades das figuras, porém ainda não conseguem transcrever de maneira coerente para o exercício, o que foi discutido durante as aulas de intervenção.

Por exemplo, podemos citar o estudante F que respondeu que podemos desenhar um cubo com quatro linhas e após a intervenção respondeu que o cubo tem 6 quadrados, e o estudante A, que quando diferenciou o quadrado do cubo respondeu que o quadrado pode ser feito com muitas linhas retas, já o cubo com algumas linhas verticais e após a intervenção respondeu que o quadrado é formado por linhas retas de 90° , já o cubo com faces, vértices de 90° .

Contudo, acreditamos que a maior potencialidade trazida pelas atividades realizadas no GeoGebra está na manipulação concreta dos objetos, em que através de suas ações, os estudantes visualizam as figuras, e assim constroem sua aprendizagem, pois ao movimentar as figurar eles observam as propriedades geométricos a partir de questionamentos levantados por eles mesmos e consequentemente respostas baseadas em suas ações.

Nessa atividade o pesquisador observou que apesar da falta de habilidade com o mouse, os estudantes conseguiam usar o software de forma mais concisa movimentando e usando as ferramentas adequadas de acordo com o roteiro, diferente da primeira aula que não sabiam com qual botão clicar sobre o ponto.

3.5 As entrevistas com o professor

Neste tópico trataremos das entrevistas realizadas nos dias 19/05 e 27/05, realizadas na escola e na residência do professor respectivamente. No Apêndice D encontra-se o roteiro da entrevista realizada. As entrevistas foram gravadas e teve duração de 25 minutos, aproximadamente. A primeira continha 19 questões que tratavam de forma geral sobre dados pessoais, sua formação, conhecimentos sobre informática e sobre a abordagem do Quadrado e Cubo do professor e do livro didático. A segunda, com 7 questões, tratou da metodologia abordada na intervenção, sobre o desenvolvimento dos alunos e as modificações possíveis.

3.5.1 Primeira entrevista

O professor entrevistado é do sexo masculino, tem 29 anos de idade. O mesmo possui 5 anos de experiência como docente e está concluindo o curso em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba. Além da graduação em curso, o professor também possui outra graduação, em Historia pela Universidade Estadual da Paraíba.

Nunca utilizou o computador em sala de aula, porém afirmou que gostaria de utilizar em sala, pois acha esse recurso interativo e interessante para os alunos. Quando perguntamos o que ele pensa sobre a utilização de softwares matemáticos em sala de aula, o professor disse que “é um recurso muito importante e atrativo para os alunos, porém nem sempre os alunos possuem o embasamento para o uso dos softwares”.

Questionamos se ele conhece algum software matemático. O docente afirmou que sim e citou como exemplo o GeoGebra, Super Logo e Winplot, mas não utilizou nenhum na sala de aula.

Perguntamos como geralmente ele aborda o conteúdo de quadrado e cubo em sala, o professor respondeu: “geralmente utilizo o livro e exemplos práticos da geometria”. Sobre as principais dificuldades dos alunos no estudo de quadrado e cubo, o professor falou que “são em perceber que são operações nas quais eles já conhecem só que em outro formato”.

Quando perguntado quais os motivos que levam os discentes a terem dificuldades nos conteúdos de quadrado e cubo, o professor respondeu que, “falta um pouco do pensar matemático, tem que haver uma atenção para realizar o estudo de quadrado e cubo, pois é como um passo a passo, uma sequência de ações”. E o que poderia ser feito para minimizar essa dificuldade? O docente respondeu: “uma base maior com as quatro operações e em operações algébricas”.

Quando perguntado ao que se refere a abordagem do livro didático adotado pela escola, sobre o quadrado e cubo, o docente respondeu: “em alguns tópicos mostra superficial”. Perguntamos se pretende utilizar o livro seguindo sua metodologia proposta para o quadrado e cubo ou pretende fazer modificações, o mesmo respondeu: “alguns tópicos abordo como está no livro, outros busco livro de apoio”. Sobre como fazer modificações de como dará essas ações, responde: “busco uma abordagem mais clara e mais aplicável para o entendimento do aluno”.

Percebemos que o professor utiliza muito o livro didático, e que apesar de conhecer alguns softwares matemáticos não faz uso dos mesmos, embora relate que essa ferramenta é muito atrativa e importante na educação do estudante. O docente subestima o alunado por acreditar que os mesmos não possuem embasamento para uso de softwares, preferindo utilizar para estudo do quadrado e cubo o livro didático e alguns objetos concretos, porem não disse quais.

Para o docente as dificuldades dos alunos, no conteúdo de quadrado e cubo, podem ser minimizadas com uma base maior nas quatro operações e em operações algébricas, nos expondo que quando o conteúdo é abordado por ele é de forma algebrizada tirando o foco da geometria para a aritmética e álgebra, ou seja, não se preocupando com as propriedades da figura, mas com os valores nelas obtidos.

3.5.2 Segunda entrevista

Ao fim do trabalho de intervenção nos dirigimos até a residência do professor, a fim de gravarmos a segunda entrevista.

Sobre a primeira pergunta, o que a construção do desenho do quadrado (sem propriedade) proporcionou aos alunos, o professor respondeu que “eles conseguiram identificar que o quadrado nem sempre tem uma forma exata, que é o que confunde muito eles, quando fala em quadrado eles pensam que quadrado é a figura que tem quatro lados e ai deu pra perceber e mostrar que nem sempre uma figura que tem quatro lados é um quadrado, é uma das propriedades a outra são os ângulos que ficaram alterados”.

Perguntamos ao docente se é relevante a comparação entre o desenho e a figura (quadrado com propriedades) e por quê. O mesmo respondeu que “os alunos eles têm muita dificuldade, por que eles têm a ideia de que o quadrado é uma figura que tem quatro lados,

mas as vezes eles acabam esquecendo das propriedades sendo necessário uma construção como essa, onde eles vejam a diferença de um quadrado e uma figura qualquer”.

Quando perguntamos se as construções dos quadrados permitem aos alunos identificar as propriedades do quadrado e de que modo, o professor respondeu que “porque construindo eles conseguem perceber as propriedades aplicadas, eles conseguem na própria construção visualizar e perceber como eles podem alterar o quadrado e manter as propriedades, alterando suas proporções eles conseguem manter um quadrado”.

Sobre o que o cubo e sua planificação proporcionaram aos alunos, o professor relatou que “além de dar um reforço na questão do quadrado eles conseguem visualizar que o cubo é um figura formada por quadrados, ou seja, os quadrados conseguem formar um cubo, que tem os lados iguais”.

Perguntamos ao professor qual(is) a(s) diferença(s) entre uma aula sobre o quadrado e cubo de modo tradicional e uma usando o GeoGebra. O mesmo respondeu que “geralmente numa tradicional mantém aquela velha visão dos alunos, porque eles não conseguem perceber as propriedades, muito difícil você está escrevendo no quadro e ele está decorando, e ele fazendo e praticando contribui para que eles tenham uma aprendizagem mais sólida”.

Pedimos para o docente definir a abordagem realizada com o GeoGebra e justificar. O mesmo disse que “é uma atividade muito interessante, uma atividade muito boa, que os alunos conseguem desenvolver sua aprendizagem de forma mais adulta, mais significativa e fugindo do tradicional, e deu pra perceber que eles ficaram mais satisfeitos, mais alegres, mais interativos com a aula”.

Questionamos se ele utilizaria a metodologia apresentada em sua aula de quadrado e cubo. O professor respondeu que “com certeza, mas como você mesmo viu a dificuldade é muito grande de se trabalhar, a turma como era pequena deu pra trabalhar bem, mais quando você pega uma turma maior a gente tem a dificuldade dos computadores serem poucos e muitos quebrados e outros inclusive se quebrando na hora, e a sala não comporta uma quantidade boa de alunos, se vocês perceberem a sala era pequena, mais a ideia é muito boa”.

Perguntamos se ele faria alguma modificação para o desenvolvimento desta metodologia em sua aula. O docente respondeu que “as possíveis modificações que eu faria era levar alguns objetos práticos do dia-a-dia, para auxiliar e exemplificar o que foi visto, levando algumas caixas, para que assim eles possam pegar, porque no GeoGebra eles conseguem ver, mas não conseguem pegar, pois o GeoGebra não é um material concreto”.

Percebemos ao final da segunda entrevista que o docente pôde traçar um novo olhar para o estudo do quadrado e cubo. Como ele mesmo relatou, os estudantes têm uma grande

dificuldade na compreensão das figuras geométricas, no entanto, através da abordagem da intervenção o professor notou que os estudantes conseguiriam assimilar melhor o conteúdo e passar a identificar as propriedades do quadrado com as de uma figura qualquer de quatro lados, observando seus lados e ângulos. Em suas respostas, depois da intervenção, o professor conseguiu associar dificuldades relacionadas não mais com as questões algébricas e aritméticas, mas sim com dificuldades dos alunos sobre as propriedades das figuras.

Observamos que após a intervenção o ponto de vista que o professor tinha em acreditar que os estudantes não possuíam embasamento para utilização de software, foi modificado e ele viu que os estudantes precisam de um primeiro contato para desenvolver uma aprendizagem mais adulta, pois geralmente quando o conteúdo é abordado no livro didático, eles decoram apenas o que está escrito, dificultando as percepções das propriedades, diferente de estar fazendo e praticando.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para responder a pergunta que norteou a nossa pesquisa, à saber, *como a Geometria Dinâmica pode contribuir para a exploração de figuras geométricas pelos estudantes por meio de suas propriedades?*, percorremos um longo caminho. Inicialmente delimitamos o estudo para o caso do quadrado e do cubo e assim definimos como objetivo geral *Investigar potencialidades da utilização do GeoGebra exploração do quadrado e do cubo por meio das suas propriedades geométricas*.

Nesse percurso, além de uma análise breve sobre o tratamento dado no livro didático adotado pela escola para o tema, foi feita uma revisão de alguns artigos que tratam do tema com apoio de um software de Geometria Dinâmica. Em seguida foram construídos os planos de aula e as atividades que fariam parte da intervenção. Na escola, iniciamos pelo diagnóstico da turma, seguindo do desenvolvimento da proposta, retornando ao questionário inicial para análise e comparação das respostas dos alunos. Por fim, as entrevistas com o professor sobre a sua metodologia de ensino, a sua percepção das dificuldades dos alunos bem como sua reflexão sobre a atividade por nós desenvolvida, encerram a fase de levantamento de dados da pesquisa.

De posse da experiência vivenciada, afirmamos que ela nos proporcionou uma percepção mais clara sobre as problemáticas da Geometria no contexto escolar. Pudemos observar através da intervenção, desenvolvida com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, que os alunos apresentam nível de conhecimento geométrico bastante superficial, desconhecendo as propriedades básicas das figuras geométricas e classificando-as por sua aparência. Torna-se praticamente impossível que os estudantes desenvolvam até o final do 9º ano do ensino fundamental as expectativas descritas nos descritores D2, D4 e D8 do SAEB.

Apesar de breve, a análise do livro adotado na escola, nos fez refletir sobre como as propriedades do quadrado e cubo são trabalhadas de forma resumida e confusa, não proporcionando uma visualização sólida das figuras, não esclarecendo com exatidão as propriedades dos quadriláteros e suas demonstrações, trazendo exercícios de forma mecanizada, dificultando o processo de aprendizagem dos estudantes, pois não possibilitam condições dos mesmos compreender, descrever e pensar. Conforme elencado no PNLD (BRASIL, 2013, p.74) “os conceitos e procedimentos são apresentados sem muitas oportunidades para o aluno tirar conclusões, estabelecer relações e fazer generalizações”.

As consultas aos vários artigos publicados na área e comentados neste texto nos fizeram pensar sobre as diversas formas e objetivos de utilização dos softwares de geometria dinâmica. Na apreciação destas, vimos a geometria dinâmica sendo desenvolvida de diferentes maneiras, tais como: “verificador” das atividades propostas pelos livros didáticos, visualizador de imagem que possibilita o reconhecimento das propriedades, “criador” de conhecimento proporcionando o teste de conjecturas e com diversas metodologias, buscando sempre uma aprendizagem significativa dos conteúdos e seus conceitos, funcionando assim como instrumento mediador para o ensino e a aprendizagem, possibilitando diversas estratégias para aprimoramento de conteúdos matemáticos.

Acreditamos que a pesquisa e sua proposta trouxe contribuições para o estudo das propriedades do quadrado e do cubo, possibilitando o contato com uma nova abordagem do conteúdo. Foi possível perceber uma diferença nas concepções das propriedades das figuras elencadas pelos estudantes, mesmo sabendo que persistem dificuldades de expressão e comunicação em Matemática. A exemplo de um estudante que relacionava o cubo como sendo uma esfera, e após a intervenção, explanou que o “cubo é um quadrado com a imagem de um dado, de 90° graus. 6 figuras” e de outro estudante que apenas desenhou um quadrado quando perguntamos, como podemos desenhar um quadrado. Após a intervenção ele respondeu que o quadrado é formado quatro parte em quais e tem 90° graus.

Nossa análise também contou com a experiência e conhecimento do professor da turma. A partir do desenvolvimento das atividades, ele acredita que houve uma evolução dos estudantes, pois o mesmo relatou que eles tinham muita dificuldade na identificação do quadrado, dizendo que era qualquer figura que tem quatro lados, mas as construções se fizeram necessárias para que os estudantes vissem a diferença de um quadrado e de uma figura qualquer. Acreditamos que pudemos motivar o professor a utilizar essa ferramenta ou outras, como os materiais concretos, em suas aulas, modificando assim, sua abordagem convencional na qual ele usava o livro didático e alguns exemplos descritos no quadro.

Por fim podemos concluir que o software GeoGebra contribui de modo eficaz para a construção de conceitos relacionados às propriedades das figuras quadrado e o cubo. Contudo, acreditamos que a maior potencialidade trazida pelas atividades realizadas no GeoGebra está na manipulação concreta dos objetos, em que através de suas ações, os estudantes visualizam as figuras e assim constroem sua aprendizagem, pois ao movimentar as figuras eles observam as propriedades geométricas a partir de questionamentos levantados por eles mesmos e consequentemente elaboram respostas baseadas em suas ações.

REFERÊNCIAS

- BALDIN, Y. Y.; FELIX, T. F., *Utilização de Programa de Geometria Dinâmica Para Melhorar A Aprendizagem de Geometria em Nível Fundamental*, Rio de Janeiro: Anais do IV Colóquio de História e Tecnologia em Ensino da Matemática- IV HTEM, 2008.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Brasília: MEC /SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação; Prova Brasil, Ensino Fundamental, matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Guia de livros didáticos: PNLD 2014: Matemática. Brasília: Ministério da Educação, 2013.
- DANTE, L. R. *Projeto Teláris – Matemática*, São Paulo: Editora Ática, 2012.
- GRAVINA, M. A. *Geometria Dinâmica: Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria*. Belo Horizonte, Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, 1996.
- GRAVINA, M.A. SANTAROSA, L.M. *A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados*. Brasília, IV Congresso RIBIE, 1998.
- GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- HATUM, M.J.S.; GUIRADO, J. C.; MAIOLI, M., *Funções Utilizando Recursos Tecnológicos*, 2007, Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_maria_jussara_sobenko_hatum.pdf>. Acesso em: 28 de fev. de 2016.
- KING, J. R; SCHATTSCHNEIDER, D., *Geometria Dinâmica. Seleção de textos do livro geometry turned on!*. Lisboa: APM, 2003.
- MENEGOTTO, G. *A Utilização de Softwares de Geometria Dinâmica como uma Ferramenta no Ensino e Aprendizagem de Geometria no 7º Ano do Ensino Fundamental*, Canoas, Centro Universitário La Salle-Unilasalle, 2010.
- MORESI, E. (Org.). *Metodologia da Pesquisa*. 2003. 108f. Monografia (Especialização)- Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2003. Disponível em: <http://goo.gl/zj3Tps>.
- OLIVEIRA, C.C., MENEZES, E. I., MOREIRA, M. *Ambientes Informativos de Aprendizagem: produção e avaliação de software educativo*, Campinas: Editora Papirus, 2001.
- PANITZ, M. A. *Dicionário técnico: português-inglês*. Porto Alegre EDIPUCRS, 2003,420p.

PARAÍBA, Governo do Estado da. Secretaria de Educação e Cultura. Gerência Executiva da Educação Infantil e Ensino Fundamental. *Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental: Matemática, Ciências da Natureza e Diversidade Sociocultural*. João Pessoa: SEC/Grafset, 2010.330p.

PAVANELLO, R. M. *O Abandono do Ensino de Geometria: Uma Visão Histórica*, Campinas-SP: UNICAMP, 1989. Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação, Campinas, 1989.

SILVA, G. H. G., *Atividades Investigativas em um Ambiente de Geometria Dinâmica*. Varginha: Universidade Federal de Alfenas, 2011.

SOARES, S.C; MOUZINE, T. A. D; PEQUENO, R., *Desenvolvimento e avaliação de sistema multimídia para ensino e aprendizado em topografia* In: SOUSA, R. P.; MOITA, F.M.C.S.C; CARVALHO, A. B. G. Org(s) *Tecnologias Digitais Na Educação*. Campina Grande- PB: EDUEPB, 2011. P. 51-72.

VAN de WALLE, J. A. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 584 p.

VALENTE, W. R. *Euclides Roxo e a História da Educação Matemática no Brasil*, 2005, Revista Iberoamericana de Educación Matemática-UNIÓN, Número 1, páginas 89 – 94.

ZOTTO, N.D. et al. *Geogebra 3D e Quadro Interativo: Uma Possibilidade Para o Ensino De Geometria Espacial no Ensino Médio*. In: Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 6., 2013, Canoas.

APÊNDICES

Apêndice A: Plano de Aula 1



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Licenciatura em Matemática

Orientadora: Prof.^a Dr.^a. Cibelle de Fátima Castro de Assis

Aluno: Melquisedec Anselmo da Costa Azevedo

PLANO DE AULA 1

Conteúdo: Geometria Plana: Propriedades do quadrado

Bloco de conteúdo: Espaço e Forma

Indicação: 8º ano do Ensino Fundamental

Competências e Habilidades: Deve possibilitar aos estudantes identificar características de figuras planas e identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades e observando as relações entre seus lados (paralelos, congruentes, perpendiculares).

Duração da aula: 2 horas/aula

Recursos materiais: Questionário, Computador, Notebook, Datashow, quadro branco, pincel, apagador.

Objetivos da aula: mobilizar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre propriedades do quadrado e proporcionar uma visão das propriedades do quadrado.

Desenvolvimento da aula:

Inicialmente entregaremos aos estudantes um questionário a fim de identificar o conhecimento prévio dos mesmos em relação ao quadrado e cubo.

Em seguida os estudantes utilizarão o software Geogebra para a construção de um desenho de um quadrado a partir de um roteiro. Assim que concluírem a construção do quadrado os estudantes movimentarão os vértices do quadrado analisando o que acontece com a figura e descrevendo as modificações de acordo com as questões do roteiro.

Logo após responderem as questões propostas, os estudantes construirão outro quadrado através de um roteiro, onde contemplará as propriedades do quadrado. Os mesmos movimentarão os vértices do quadrado examinando o que acontece com a figura e relatando as modificações de acordo com um questionário aplicado.

Avaliação da aprendizagem

A avaliação será realizada no transcorrer dos questionamentos apresentados em aula, tendo como preocupação a formação de definição do quadrado e suas propriedades e assimilados conforme diálogo em aula durante a resolução de questionário e um pequeno relato estando relacionado com que foi abordado em aula.

Apêndice B: Plano de Aula 2



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Licenciatura em Matemática

Orientadora: Prof.^a Dr.^a. Cibelle de Fátima Castro de Assis

Aluno: Melquisedec Anselmo da Costa Azevedo

PLANO DE AULA 2

Conteúdo: Geometria Espacial: Conceito e Propriedades do Hexaedro (cubo).

Bloco de conteúdo: Espaço e Forma

Indicação: 8º ano do Ensino Fundamental

Competências e Habilidades: Deve possibilitar aos alunos identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações.

Conhecimentos prévios: polígonos (quadrado) e suas principais propriedades

Duração da aula: 2 horas/aula

Recursos materiais: Questionário, Computador, Arquivo “planicubo”, Notebook, Datashow, quadro branco, pincel, apagador.

Objetivos da aula: identificar o cubo através de suas propriedades e sua planificação.

Desenvolvimento da aula:

Pediremos aos estudantes para abrir o Arquivo “plancubo” construídos no software Geogebra 5.0, o Arquivo inclui em uma janela um cubo em 3D e na outra janela uma face do cubo contido no plano XY, com isso, possibilitará aos estudantes visualizarem o cubo por todos os ângulos e além de planifica-lo com ajuda de um seletor, para que eles possam examinar as características e propriedades do hexaedro (cubo). Com o auxílio de um questionário os alunos podem relatar as modificações de acordo com um questionário aplicado.

Em seguida, entregaremos aos estudantes um questionário semelhante ao entregue na primeira aula, a fim de conhecer o que software proporcionou na identificação das propriedades do quadrado e do cubo.

Avaliação da aprendizagem

A avaliação será realizada por meio dos questionários apresentados na aula, tendo como preocupação a formação dos conceitos e propriedades do Cubo e Quadrado, além da interação com o Cubo construído no Geogebra.

Apêndice C: Questionário



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Licenciatura em Matemática - TCC – 2015.1

Orientadora: Prof.^a. Dr.^a. Cibelle de Fátima Castro de Assis

Aluno: Melquisedec Anselmo da Costa Azevêdo

Questionário

Nome: _____

Idade: _____

1. Como você explicaria o que é um Quadrado? _____

2. Como podemos desenhar um Quadrado? _____

3. O que é um Cubo? _____

4. Como podemos desenhar um Cubo? _____

5. Quais as diferenças entre o Quadrado e o Cubo? _____

Apêndice D: Roteiro da Primeira Entrevista com o Professor



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Licenciatura em Matemática - TCC – 2015.1

Orientadora: Prof.^a. Dr.^a. Cibelle de Fátima Castro de Assis

Aluno: Melquisedec Anselmo da Costa Azevêdo

1ª ENTREVISTA COM O PROFESSOR DE MATEMÁTICA 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DA ESCOLA DE REFERÊNCIA

Dados pessoais e sobre formação do professor

1. Nome: _____
2. Idade: _____
3. Sexo: () feminino () masculino
4. Anos de experiência como docente: _____
5. Você possui formação superior em matemática? () Sim () Não
 - 5.1 Se negativo, por qual motivo leciona nesta área? _____
 - 5.2 Se positivo, em qual ano você concluiu sua graduação e em qual instituição de ensino superior? _____
6. Está realizando ou têm () Especialização () Mestrado () Doutorado () pós-doutorado () nenhum.
7. Possui outra(s) formação superior? () Sim () Não
 - 7.1 Se sim, qual(is)? _____
8. Há quanto tempo você leciona nesta escola? _____

Conhecimentos sobre informática

9. Já utilizou o computador em sala de aula? () SIM () NÃO
 - 9.1 Se sim, de que modo?

 - 9.2 Se Não, Gostaria de utilizar esse recurso em sala? Por quê?

10. O que você pensa sobre a utilização de softwares matemáticos em sala de aula?

11. Conhece algum software matemático? () Sim () Não

11.1 Se sim, Qual(is) _____

12. Utilizou algum Software de Geometria Dinâmica na sala ? Quais? Como foi?

Dados sobre a didática do Quadrado e Cubo do professor de matemática

13. Como Geralmente você aborda o conteúdo de Quadrado e Cubo em Sala?

14. Quais as principais dificuldades dos alunos no estudo de Quadrados e Cubo?

15. Em sua concepção, qual (is) motivo(s) que os levam a ter dificuldades nos conteúdos de Quadrado e do Cubo?

16. Como poderiam ser minimizadas essas dificuldades?

17. Qual a sua opinião referente a abordagem do livro didático adotado pela escola, sobre o quadrado e o cubo?

18. Pretende utilizar o livro seguindo sua metodologia proposta por ele para o quadrado e cubo ou pretende fazer modificações? Por quê?

19. Se pretender fazer modificações, descreva como se dará essas ações.



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Licenciatura em Matemática - TCC – 2015.1

Prof.^a. Dr.^a. Cibelle de Fátima Castro de Assis
Aluno: Melquisedec Anselmo da Costa Azevêdo

2ª ENTREVISTA COM O PROFESSOR DE MATEMÁTICA 8º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL DA ESCOLA DE REFERÊNCIA

1. O que a construção do desenho do quadrado (sem propriedade) proporcionou aos alunos?

2. É relevante a comparação entre o desenho e a figura (quadrado com propriedades)? Por quê?

3. As construções dos quadrados permite aos alunos identificar as propriedades do quadrado? De que modo?

4. O que o cubo e sua planificação proporcionaram aos alunos?

5. Qual(is) a(s) diferença(s) entre uma aula de Quadrado e Cubo de modo tradicional e uma usando o GeoGebra?

6. Como você define a abordagem realizada com o GeoGebra? Por quê?

7. Utilizaria a metodologia apresentada em sua aula de quadrado e cubo? () Sim () Não
7.1. Se Não, Por quê?

8. Faria alguma modificação? Quais? E por quê?

Apêndice E: Roteiro da Aula sobre Quadrado





UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Licenciatura em Matemática - TCC – 2015.1

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Cibelle de Fátima Castro de Assis

Aluno: Melquisedec Anselmo da Costa Azevêdo

Atividades – Plano de Aula 1

Atividade 1 - Desenhando um quadrado. Siga os seguintes passos:

- I. Oculte os Eixos X e Y, clicando com o botão direito do mouse na Janela de Visualização e em seguida clique em Eixos;
- II. Crie os pontos com suas respectivas coordenadas $A=(0,3)$, $B=(0,0)$, $C=(3,0)$ e $D=(3,3)$, digitando um a um, no *Campo de Entrada*
- III. Com a ferramenta *Seguimento*  (Janela 3) selecionada, clique sobre os pontos A e B, repita o procedimento para B e C, C e D e para A e D;
- IV. Selecione o seguimento \overline{AB} , clique com o botão direito do mouse sobre ele, em seguida clique na opção *Propriedades*, com a opção *Exibir Rótulo* selecionada, clique na setinha ao lado e escolha a opção *Valor*; Repita para os demais Seguimento;
- V. Selecione a ferramenta *Ângulo*  (Janela 8), clique sobre os pontos B, A e D, repita o procedimento para A, D e C, para D, C e B e para C, B e A.








Obs.: Se for exibido o ângulo externo, inverta a ordem dos cliques nos pontos, exemplo, se ao clicar em A, C e B for exibido o ângulo externo, desfça (CTRL+Z), e em seguida altere a ordem dos cliques nos pontos, clicando em B, C e A.

- a) Quando mexemos os vértices (pontos), o que acontece com a figura?

- b) O que acontece com os ângulos internos da figura?

- c) O que podemos concluir sobre essa figura?

Atividade 2 - Construindo um quadrado. Siga os seguintes passos:

- I. Oculte os Eixos X e Y, clicando com o botão direito do mouse na Janela de Visualização e em seguida clique em Eixos;
- II. Selecione a ferramenta *Novo Ponto*  (Janela 2), clique na Janela de Visualização criando 2 pontos distintos A e B;
- III. Crie dois circulo, selecionando *Circulo dados Centro e Um de Seus Pontos*  (Janela 6), clique no ponto A e depois no ponto B, em seguida no ponto B e depois no ponto A;
- IV. Com a ferramenta *Seguimento*  (Janela 3) selecionada, clique sobre os pontos A e B;
- V. Selecione a ferramenta *Reta Perpendicular*  (Janela 4), clique sobre o ponto A e sobre o seguimento \overline{AB} , Repita o procedimento para o ponto B;
- VI. Selecione a ferramenta *Novo Ponto*  (Janela 2), clique na interseção da reta perpendicular que passa pelo ponto A e o circulo, formando o ponto C, faça o mesmo para a outra reta perpendicular que passa pelo ponto B e o outro circulo, criando assim,o ponto D;
- VII. Na *Janela de Álgebra* desmarque as duas Retas e as duas Cônicas;
- VIII. Com a ferramenta *Seguimento*  (Janela 3) selecionada, complete o quadrado;
- IX. Selecione o seguimento \overline{AB} , clique com o botão direito do mouse sobre ele, em seguida clique na opção *Propriedades*, com a opção *Exibir Rótulo* selecionada, clique na setinha ao lado e escolha a opção *Valor*; Repita para os demais Seguimento;
- X. Selecione a ferramenta *Ângulo*  (Janela 8), clique sobre os pontos **A, C e D**, repita o procedimento para os outros ângulos, clicando **C, D e B** , em **D, B e A** e em **B, A e C**;

a) Quando mexemos os vértices (pontos), o que acontece com a figura?

b) O que acontece com os ângulos internos da figura?

c) O que podemos concluir sobre essa figura?

d) Quais as diferenças entre a figura formada na Atividade1 e a figura formada na Atividade 2 ?

Apêndice F: Roteiro da Aula sobre o Cubo



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
Licenciatura em Matemática - TCC – 2015.1

Orientadora: Prof.^a. Dr.^a. Cibelle de Fátima Castro de Assis

Aluno: Melquisedec Anselmo da Costa Azevêdo

Atividade 3 – Plano de Aula 2

1. Siga os seguintes passos:

- VI. Abra o Arquivo “Plancubo” que está na área de trabalho;
- VII. Movimente o Cubo, com ajuda do mouse, clicando ao lado e movimentando o mouse;
- VIII. Movimente o seletor “b” quantas vezes forem necessárias;

a) Quando mexemos os vértices (pontos), o que acontece com o Cubo?

b) O que acontece com Cubo quando movimentamos o seletor “b”?

c) O que é preciso para formar um cubo?

d) O que dizer sobre os ângulos e como as face do cubo são obtidas?

e) Quantas faces, quantos vértices e quantas arestas formam o Cubo?

f) Em que o software Geogebra pôde lhe ajudar na identificação do cubo?
